

Meno a priezvisko:

Škola:

Škola pre mimoriadne nadané deti a Gymnázium

Školský rok/blok:

Predmet:

Skupina:

Trieda:

Dátum:

Teória

2 Mechanika hmotného bodu

2.1 Kinematika

2.1.3 Klasifikácia pohybov; Rýchlosť okamžitá a priemerná; Rovnomerný priamočiary pohyb

Klasifikácia pohybov

Mechanický pohyb vo všeobecnosti môže vyzeráť veľmi rozmanito. Existujú dva jednoduché typy mechanického pohybu: **translačný pohyb hmotného bodu (častice) po priamke** a **rotačný pohyb po kružnici**, ktoré majú tú vlastnosť, že akýkoľvek mechanický pohyb možno rozložiť na konečný počet týchto dvoch pohybov.

A. Trajektórie: priamočiare
krivočiare

B. Závislosti veľkosti rýchlosti od času:
rovnomerne
nerovnomerne

Pri pohybe po priamke rozlišujeme pohyby s konštantnou rýchlosťou (vektor rýchlosti nemení veľkosť, ani smer), pohyby s konštantným zrýchlením (nemení sa veľkosť ani smer vektora zrýchlenia) a všeobecné pohyby. Tretí prípad nebudeme rozoberať. V prvom, aj v druhom prípade bude cieľom získať vzťahy vyjadrujúce polohu pohybujúcej sa častice, teda jej karteziánske súradnice, ako funkciu času. V druhom prípade pôjde aj o vyjadrenie závislosti rýchlosti od času.

C. Zrýchlenia: priamočiary rovnomerne zrýchlený
rovnomerný pohyb po kružnici

2.1.3.1 Rýchlosť hmotného bodu

Veľkosť okamžitej rýchlosti v **hmotného bodu** v čase t definujeme ako podiel prírastku dráhy Δs , ku ktorému dôjde v čase Δt : $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ (Δt je veľmi malé). Fyzikálna jednotka rýchlosti je $[v] = \frac{m}{s} = m \cdot s^{-1}$. V praxi sa používa aj jednotka $[v] = \frac{km}{h} = km \cdot h^{-1}$. Prevod medzi

$$\text{nimi je nasledovný: } 1m \cdot s^{-1} = 1 \frac{m}{s} = \frac{1}{\frac{1}{3600}h} \frac{1000}{1000} km = \frac{3600}{1000} \frac{km}{h} = 3,6 km \cdot h^{-1}.$$

Okamžitá rýchlosť je vektorová fyzikálna veličina, ktorá má vždy smer dotyčnice k danej trajektórii hmotného bodu a je orientovaná v smere zmeny prejdenej dráhy.

Pri pohybe hmotného bodu po krivke sa vždy mení smer okamžitej rýchlosti, ale nemusí sa meniť rýchlosť.

Veľkosť priemernej rýchlosti v_p **hmotného bodu** je definovaná ako podiel celkovej dráhy s , ktorú teleso prejde za celkový čas t : $v_p = \frac{s}{t}$.

Pozor ! Priemernú rýchlosť nemožno počítať ako priemer rýchlostí. Priemerná rýchlosť závisí na dráhe, na ktorej bola nameraná.

Priemerná rýchlosť bicyklistu v hornatom teréne bude iná po prvých piatich kilometroch do kopca a iná po ďalších desiatich kilometroch z kopca.

Zkracovaním časového intervalu, na ktorom určujeme priemernú rýchlosť, možno dospieť k **okamžitej rýchlosti**: Veľkosť okamžitej rýchlosti v danom bode trajektórie je definovaná ako veľkosť priemernej rýchlosti vo veľmi malom časovom intervale na veľmi malom úseku trajektórie.

Tachometer na bicykli meria veľkosť okamžitej rýchlosti pohybu cyklistu. Tachometer túto hodnotu určuje ako priemernú rýchlosť počas jedného otočenia kolesa. Čím rýchlejšie sa bude cyklista pohybovať, tým skôr bude možné považovať hodnotu zobrazovanú na tachometri za okamžitú rýchlosť.

S použitím diferenciálneho a integrálneho počtu je možné veľkosť rýchlosti definovať vzťahom $v = \frac{ds}{dt}$ (prvá derivácia vyjadrenia dráhy v závislosti od času podľa času). Tak sa odstráni problém, nepresné formulácie, že časový interval, na ktorom sa veľkosť okamžitej rýchlosti určuje, musí byť veľmi malý.

Podľa veľkosti rýchlosti delíme pohyby na:

1. **Rovnomerné** – pohyby, pri ktorých je veľkosť rýchlosti konštantná. Hmotný bod prebehne v ľubovoľných, ale rovnakých časových intervaloch rovnaké úseky dráhy.
2. **Nerovnomerné** – pohyby, pri ktorých sa veľkosť rýchlosti s časom mení. Hmotný bod prebehne v ľubovoľných, ale rovnakých časových intervaloch rôzne úseky dráhy.

Ak budeme chcieť zjednodušiť opis nerovnomerného pohybu hmotného bodu, je možné použiť priemernú rýchlosť. Jej zavedením sa nerovnomerný pohyb prevedie na pohyb rovnomerný; celkový čas pohybu a celková dráha pohybu zostanú nezmenené.

Zavedením priemernej rýchlosti v prípade nerovnomerného pohybu sa pohyb zrovnomení – počas celej uvažovanej doby sa hmotný bod pohybuje stálou rýchlosťou.

2.1.3.2 Trajektória a dráha hmotného bodu

Súvislá čiara, ktorú hmotný bod pri svojom pohybe opisuje, sa nazýva trajektória hmotného bodu.

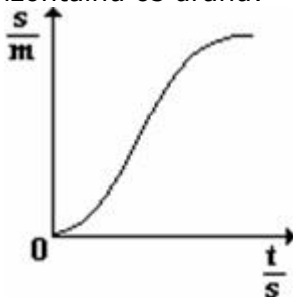
Trajektória je čiara za markerom na tabuli, čiara za ceruzkou v zošite, čiara za letiacim lietadlom,

Podľa tvaru trajektórie rozdeľujeme pohyby na:

1. **Priamočiare** – ich trajektória je priamka alebo úsečka (pád kameňa na zem, pohyb ceruzkou pri rysovaní podľa pravítka, ...).
2. **Krivočiare** – sú bohyby, ktorých trajektória je ľubovoľná krivka (písanie ceruzkou, let vtáka, pohyb lyžiara-slalomára, pohyb Zeme okolo Slnka, ...). Zvláštnym prípadom sú trajektórie v tvare kružníc, kedy hovoríme o pohybe hmotného bodu po kružnici (resp. o pohybe po kružnici).

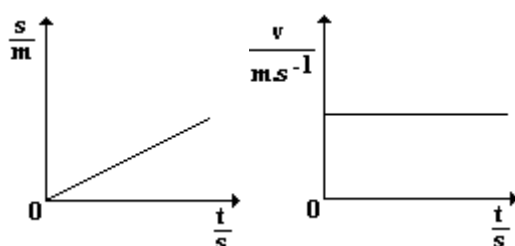
Dĺžka trajektórie, ktorú hmotný bod opíše za určitý čas t , sa nazýva dráha.

Označujeme ju s a jej základnou jednotkou je **meter**. Dráha hmotného bodu závisí od času, počas ktorého sa hmotný bod pohyboval. Túto závislosť možno graficky znázorniť grafom: na vodorovnú os vynesíme čas, na vertikálnu os dráhu:

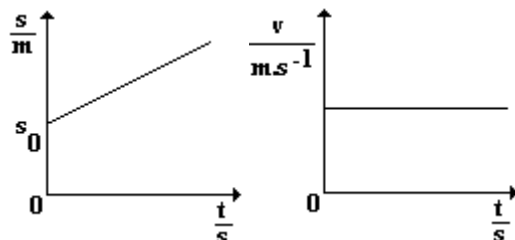


2.1.3.3 Rovnomerný pohyb

Rovnomerný pohyb je taký pohyb, pri ktorom hmotný bod prejde za ľubovoľné, ale rovnaké, časové intervaly rovnaké úseky dráhy. Ak tieto prejdene úseky zaznamenáme do tabuľky a potom vynesíme do grafu, získame nasledovné grafické závislosti:

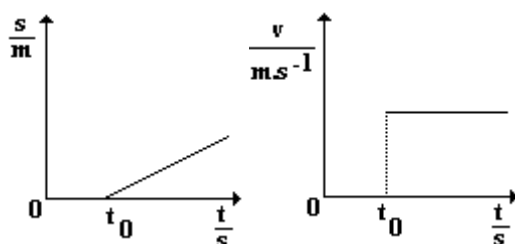


Grafom závislosti prejdenej dráhy od času je polpriamka zvierajúca s vodorovnou osou ostrý uhol (prechádza počiatkom súradnicovej sústavy – ak sa začínal pohyb z pokoja). Grafom závislosti veľkosti okamžitej rýchlosti od času je rovnobežka s vodorovnou osou.



Na obrázkoch sú tiež znázornené grafy závislosti prejdenej dráhy od času a závislosti veľkosti okamžitej rýchlosti od času v prípade, keď hmotný bod v čase $t_0 = 0$ s (začiatok pozorovaného úseku) ubehol dráhu s_0 . Závislosť prejdenej dráhy od času je možné opísať vzťahom $s = s_0 + vt$.

Príklad: Automobil šiel z Bratislavy do Košíc cez Zvolen. V Bratislave šofér vynuloval na tachometri číselník aktuálnej prejdenej dráhy. Vo Zvolene spustil časomieru a meral čas, za ktorý dôjde do Košíc. Celková dráha automobilu v ľubovoľnom čase po spustení časomiere, je rovná vzdialenosti Bratislava – Zvolen zväčšenú o dráhu, ktorú prešiel automobil za príslušný čas, t.j.: $s = s_{\text{Bratislava-Zvolen}} + t_{\text{od Zvolena}} \cdot v$



Na obrázkoch sú znázornené príslušné grafy pre prípad, keď sa hmotný bod začne pohybovať zo zvoleného počiatku dráhy až po čas t_0 . Závislosť prejdenej dráhy od času možno opísať vzťahom $s = v(t - t_0)$.

Bežcovi, ktorý štartoval na atletických závodoch zo štartovacieho bloku, sa po štarte do bloku zasekla šnúrka od tenisiek. Pokiaľ ju odmotal, uplynul určitý čas. Dráha, ktorú bežec prebehol po vyslobodení šnúrky v určitom čase, je daná veľkosťou rýchlosti bežca a času, počas ktorého bežec skutočne bežal.

V prípade rovnomerného priamočiareho pohybu je stále rovnaká veľkosť aj smer rýchlosti. Rýchlosť má teda smer priamky, po ktorej sa hmotný bod pohybuje. V prípade pohybu rovnomerne krivočiareho sa zachováva len veľkosť rýchlosti. Jej smer sa mení – v každom bode má smer dotyčnice k danej trajektórii hmotného bodu.

2.1.3.4 Priemerná a okamžitá rýchlosť

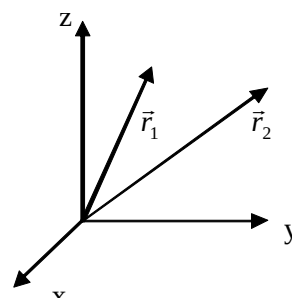
Pod rýchlosťou bežne rozumieme dráhu ubehnutú za jednotku času. Presnejšia definícia hovorí, že ide o podiel ubehnutej dráhy a príslušného časového intervalu: $\frac{\Delta s}{\Delta t}$. Preto

sa rýchlosť meria v jednotkách $\left[\frac{m}{s}\right]$ alebo $\left[\frac{km}{h}\right]$.

Podielom $v_p = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ určujeme **priemernú rýchlosť** – napríklad vlak z Bratislavy do Trnavy, keď do vzorca dosadzujeme vzdialenosť miest a cestovnú dobu, počas ktorej sa vlak pohyboval rôznou rýchlosťou – rýchlosť pohybujúceho vlaku sa môže v každom okamihu meniť, nemusí byť konštantná.

V rôznych technických a fyzikálnych aplikáciách je však potrebné poznať rýchlosť v danom okamihu. Okrem toho takouto definíciou (predošlá definícia priemernej rýchlosti) by sme nezohľadnili vektorovú povahu rýchlosti. Preto **rýchlosť** pre naše potreby definujeme ako **zmenu polohového vektora podľa času**:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} \quad (2.1.2.1)$$



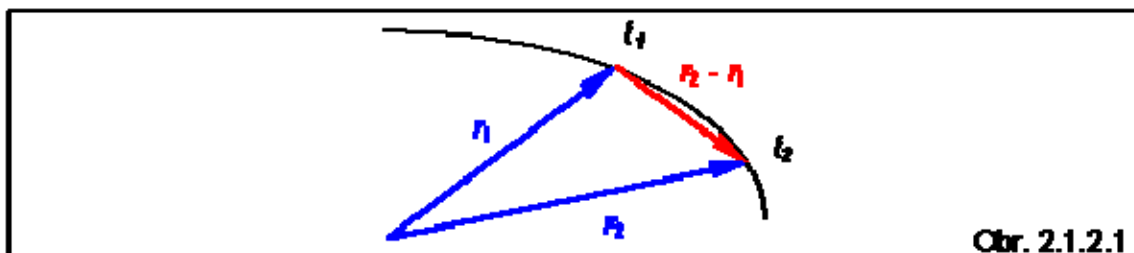
Zápis pomocou derivácií:

Preto sa rýchlosť zavádza ako derivácia polohového vektora podľa času, čiže ako limita podielu:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{t_1 \rightarrow t_2} \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (2.1.2.1)$$

V čitateli zlomku je rozdiel polohových vektorov vyjadrujúcich polohu pohybujúcej sa častice v okamihoch t_1 a t_2 (obr. 2.1.2.1). Rozdiel vektorov $(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$ určuje smer vektora rýchlosti. Keď sa okamihy t_1 a t_2 vzájomne približujú, budú sa k sebe približovať koncové body vektorov $\vec{r}_2$ a $\vec{r}_1$, a vektor $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ sa bude približovať k dotyčnici čiary, po ktorej sa častica pohybuje. Tento rozdiel podľa definície ešte násobíme skalárom $\frac{1}{t_2 - t_1}$, ktorý už nezmení smer

vektora $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$, len jeho veľkosť. Preto definícia podľa vzorca (2.1.2.1) určuje veľkosť, tak smer vektora rýchlosti.



Polohový vektor má tri zložky: $\vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{i} + y(t) \cdot \vec{j} + z(t) \cdot \vec{k}$, takže jeho deriváciu možno vyjadriť ako súčet derivácií jeho zložiek:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dy}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{dz}{dt} \cdot \vec{k} = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} + v_z \cdot \vec{k} \quad (2.1.2.2)$$

S vektormi $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ pri derivovaní počítame ako s konštantami, lebo v našej súradnicovej sústave sa nemenia. Z posledného vzorca vidno, že

$$v_x = \frac{dx}{dt} ; v_y = \frac{dy}{dt} ; v_z = \frac{dz}{dt} \quad (2.1.2.3)$$

Pre veľkosť vektora rýchlosti platí vzťah:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (2.1.2.4)$$

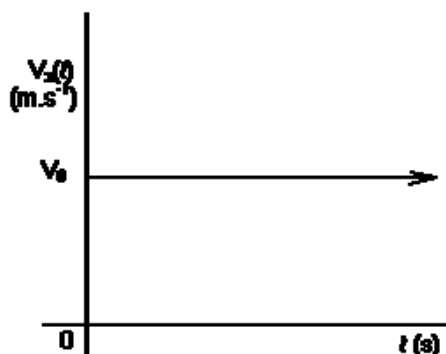
Treba si ešte pripomenúť, že vektor rýchlosti možno vyjadriť aj ako skalárny násobok jednotkového vektora $\vec{\tau}$, teda ako $\vec{v} = v \cdot \vec{\tau}$.

Kontrolné otázky

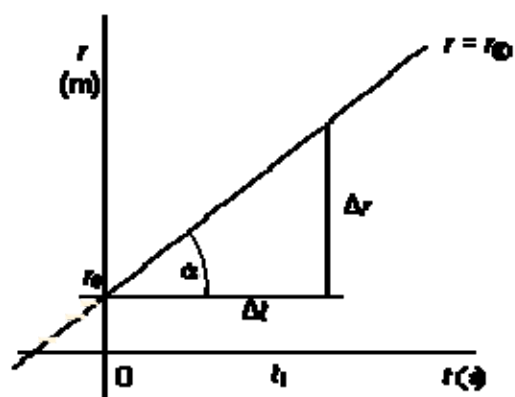
1. Definujte priemernú rýchlosť.
2. Definujte okamžitú rýchlosť hmotného bodu.
3. Vyjadrite vektor rýchlosti v zložkovom tvare.
4. Vyjadrite vektor rýchlosti $\vec{v}$ ako súčet priemetov vektora $\vec{v}$ do jednotlivých osí karteziánskej súradnicovej sústavy.
5. Napíšte vzťah pre veľkosť vektora rýchlosti.
6. Aký smer má vektor rýchlosti?

Rovnomerný priamočiary pohyb

Rovnomerný priamočiary pohyb je taký pohyb, pri ktorom sa nemení veľkosť a smer rýchlosti hmotného bodu (rýchlosť je konštantná). Trajektóriou je priamka (časť priamky).



Obr. 2.1.4.1 Závislosť rýchlosti od času pri rovnomernom pohybe po osi x



Obr. 2.1.4.2 Graf závislosti veľkosti dráhy od času pri rovnomernom pohybe po priamke