

Meno a priezvisko:

Škola:

Škola pre mimoriadne nadané deti a Gymnázium

Školský rok/blok:

Predmet:

Fyzika

Skupina:

Trieda:

Dátum:

Teória

2 Mechanika hmotného bodu

2.2 Dynamika

2.2.4 Hybnosť hmotného bodu

Hybnosť telesa je vektorová fyzikálna veličina definovaná ako súčin hmotnosti a okamžitej rýchlosti hmotného bodu:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} ; [p] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Smer vektora hybnosti je totožný so smerom vektora okamžitej rýchlosti $\vec{v}$. Hybnosť charakterizuje pohybový stav telesa v danej vzťažnej sústave.

Hybnosť ako taká nemá veľmi veľký význam. Nesmierne podstatný a dôležitý je ale **zákon zachovania hybnosti**.

Ak budeme hmotnosť hmotného bodu považovať za konštantnú, tak zápisom $\Delta \vec{p}$ rozumieme zmenu (prírastok) hybnosti. Pre túto zmenu hybnosti platí vzťah:

$$\Delta \vec{p} = m \cdot \Delta \vec{v} = m \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

kde $\vec{v}_1$ je pôvodná rýchlosť telesa a $\vec{v}_2$ je zmenená (nová) rýchlosť telesa.

Ak vyjadríme silu $\vec{F}$ pôsobiacu na teleso podľa druhého Newtonovho zákona, môžeme napísať:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Ak zoberieme do úvahy novo zadefinovanú veličinu, môžeme pre silu $\vec{F}$ napísať:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

teda časová zmena hybnosti sa rovná pôsobiacej sile.

Takto zapísaný pohybový zákon je všeobecnejší, pretože ho môžeme použiť aj na opis dejov, pri ktorých sa mení hmotnosť telies.

Zmena hmotnosti telies dopravných prostriedkov spotrebou paliva; výrazná je zmena hmotnosti v raketách, z ktorých unikajú plyny pri raketovom pohone; zmena hmotnosti kosačky na trávu, ktorú tlačíme po trávniku a ktorá pokosenú trávu zbiera; ...

Ak upravíme túto rovnicu na tvar $\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$, dostávame na pravej strane novú vektorovú fyzikálnu veličinu $\vec{F} \cdot \Delta t$, ktorá sa nazýva **impulz sily**. Jednotkou impulzu sily je $[N \cdot s]$. V stredoškolskej fyzike väčšinou nerozlišujeme medzi zmenou hybnosti a impulzom sily.

Impulz sily je rovný zmene hybnosti hmotného bodu. Zmena hybnosti má rovnaký smer ako impulz sily. Impulz sily vyjadruje časový účinok sily.

Aby sme mohli teleso alebo hmotný bod uviesť do pohybu, je potrebné pôsobiť malou silou počas dlhej doby alebo stačí kratší časový interval pôsobiť väčšou silou. Rozhodujúci je impulz sily, teda súčin sily a doby, počas ktorej sila pôsobila.

Ten, kto hráva volejbal, pozná impulz sily z praxe. Pri odohraní prudkého podania musí hráč loptu zastaviť a opäť odohrať späť. Ak letí lopta rýchlo, je aj zmena jeho rýchlosti (a teda aj zmena jeho hybnosti) veľká. Preto sa odporúča pri odohraní takejto lopty „cúvnuť“ pri odohraní

lopty rukami dozadu. Tým predĺžime brzdnú dráhu lopty a teda aj čas, počas ktorého sa bude meniť rýchlosť (resp. hybnosť lopty). K odohraniu lopty bude stačiť menšia sila. Ak vyrazíme rukami oproti lopke, skrátime čas brzdenia lopty a tým zväčšíme pôsobiacu silu. Taký dopad lopty bude viac bolieť !

Zákon zachovania hybnosti

Izolovaná sústava hmotných bodov (telies) je sústava, na ktorú nepôsobia žiadne vonkajšie sily, resp. v ktorej výslednica všetkých síl pôsobiacich na sústavu je nulová.

Na základe druhého pohybového zákona platí $\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = 0$, časová zmena hybnosti je nulová, inými slovami hybnosť sústavy sa zachováva. A to je obsahom **zákona zachovania hybnosti**:

Celková hybnosť všetkých telies v izolovanej sústave sa zachováva, tj. zachováva sa smer a veľkosť celkovej hybnosti. Inými slovami: súčet hybností všetkých telies izolovanej sústavy je stály: $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \vec{p} = konst.$

Môžeme zrealizovať jednoduchý experiment: nafúknite balónik a potom ho pustite. Balónik sa začne pohybovať. Príčinou jeho pohybu je prúd vzduchu unikajúci z balóniku. Pred vypustením bola hybnosť balóniku a vzduchu vo vnútri nulová (vzhľadom k vám). Po vypustení balóniku z ruky musí byť celková hybnosť balóniku a vzduchu tiež nulová. To znamená, že čo do veľkosti, bude hybnosť balóniku rovnaká ako hybnosť vzduchu z neho unikajúceho. Obe hybnosti budú mať opačný smer.

Dôležitou podmienkou platnosti zákona zachovania hybnosti je izolovaná sústava. Pokiaľ sústava, v ktorej budeme pohyb vyšetrovať izolovaná nebude, zákon zachovania hybnosti neplatí.

O tom sa môžeme presvedčiť tak, že nafúknutý balónik len čiastočne uvoľníme zo zovretia medzi prstami. Vzduch z balóniku bude unikať, ale balónik (stále držaný medzi prstami) sa pohybovať nebude.

Zákon zachovania hybnosti má praktické využitie napríklad v reaktívnych motoroch. Tryskami motoru unikajú veľkou rýchlosťou plyny vznikajúce spaľovaním paliva. Na základe zákona zachovania hybnosti je raketa uvedená do pohybu opačným smerom. So zákonom zachovania hybnosti musí tiež počítať strelec, ktorý si pri výstrele z pušky opiera zbraň o rameno.

V izolovanej sústave tiež platí zákon zachovania hmotnosti: Celková hmotnosť izolovanej sústavy telies je konštantná.

2.3 Hmotnosť a hybnosť

Telesá môžu pri interakcii meniť svoj pohybový stav, teda nadobúdajú zrýchlenie. Ak sa zmení interakcia dvoch telies, zrýchlenia sa môžu zmeniť, ale ich pomer a veľkosť sa nezmení. Tento pomer je pre dané telesá konštantný a nezávisí od interakcie telies. Je charakteristikou telies. Rôzne telesá majú rôznu schopnosť meniť pri interakcii s inými telesami svoj pohybový stav. Vlastnosť telies zotrúvať v inerciálnej vzťažnej sústave v pokoji alebo v rovnomernom priamočiari pohybe sa nazýva **zotrvačnosť**. Charakterizujeme ju zotrvačnou hmotnosťou. **Zotrvačná hmotnosť** m_z telesa je fyzikálna veličina, ktorá je mierou zotrvačných vlastností telesa.

Meranie zotrvačnej hmotnosti

Teleso, ktorého zotrvačnú hmotnosť m_z chceme merať, uvedieme do interakcie s telesom, ktorého zotrvačnú hmotnosť definujeme ako jednotkovú. Pri interakcii získajú telesá zrýchlenia

a_z, a_j , pre ktoré platí $\frac{m_z}{m_j} = \frac{a_j}{a_z}$ odkiaľ $m_z = \frac{a_j}{a_z} m_j$.

Hmotnosť dokážeme do fyziky zaviesť aj iným spôsobom. Každé dve telesá vstupujú do gravitačnej interakcie. Rôzne telesá majú rôznu schopnosť gravitačnej interakcie. Fyzikálna veličina, ktorá je mierou gravitačných vlastností telies, sa nazýva **gravitačná hmotnosť** m_g .

Podľa poznatkov súčasnej fyziky pre každé teleso platí $m_z = m_g$, preto prívlastky zotrvačná a gravitačná vynechávame.

Hmotnosť m je mierou je mierou zotrvačných a gravitačných vlastností hmotných objektov. Jednotkou hmotnosti je **kilogram**. Je to hmotnosť medzinárodného prototypu kilogramu.

Klasická fyzika považovala hmotnosť telesa za konštantnú veličinu. Podľa relativistickej fyziky je hmotnosť telesa relatívna veličina. Ak je teleso vzhľadom na inerciálnu vzťažnú sústavu v pokoji, pozorovateľ v tejto sústave nameria hmotnosť m_0 , ktorá sa nazýva **pokojoá hmotnosť** telesa. Ak vzhľadom na inú inerciálnu vzťažnú sústavu je teleso v pohybe s rýchlosťou v , pozorovateľ v tejto sústave nameria hmotnosť

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

ktorá sa nazýva relativistická hmotnosť telesa. ($c \doteq 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ je rýchlosť svetla vo vákuu).

Hybnosť hmotného bodu je vektorová fyzikálna veličina definovaná vzťahom $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$. Má smer okamžitej rýchlosti. Pre jej jednotku platí $[p] = [m][v] = 1 \text{ kg.m.s}^{-1}$ (kilogram meter za sekundu).

2.4 Sila

Sila je vektorová fyzikálna veličina, ktorá je mierou interakcie hmotných objektov. Zapríčiňuje zmenu pohybového stavu, deformáciu, atď. Definičná rovnica sily:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Sila má smer zmeny hybnosti, ktorú zapríčinila. Takto formulovaná rovnica vyjadruje **priemernú silu**, ktorá pôsobila v dobe Δt . Vzťah pre okamžitú silu (presnejšia formulácia zákona sily):

$$\vec{F} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

Ak je hmotnosť konštantná, tak:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a}$$

Jednotkou sily je **newton** $[N]$. Platí $[F] = [m][a] = 1 \text{ kg.m.s}^{-2} = 1N$. Jeden newton je sila, ktorá telesu s hmotnosťou jeden kilogram udelí zrýchlenie 1 ms^{-2} .

Podľa poznatkov súčasnej fyziky existujú štyri druhy interakcie hmotných objektov:

1. **Gravitačná interakcia**, ktorá existuje medzi hmotnými objektami.
2. **Elektromagnetická interakcia**, ktorá sa prejavuje medzi telesami s elektrickým nábojom.
3. **Silná interakcia**, ktorá sa prejavuje medzi časticami v jadrách atómov.
4. **Slabá interakcia**, ktorá sa podieľa na niektorých premenách elementárnych častíc.

Silu ako mieru interakcie používame iba na charakterizovanie gravitačnej a elektromagnetickej interakcie. Silná a slabá interakcia sa charakterizuje iným spôsobom. Sily, s ktorými sa bežne stretávame sú gravitačného alebo elektromagnetického pôvodu.

1. Telesom voľne pustené na Zem koná rovnomerne zrýchlený pohyb so zrýchlením g . Podľa zákona sily naň pôsobí sila $\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$, ktorá sa nazýva **tiažová sila**. Má pôvod v gravitačnej

interakcii. Od tiažovej sily odlišujeme **tiaž** $\vec{G}$ **telesu**. Tiaž telesa, na rozdiel od tiažovej sily, nepôsobí na teleso. Je to sila, ktorou zavesené teleso pôsobí na záves, respektíve položené teleso pôsobí na podložku. Tiaž telesa sa nemusí rovnať tiažovej sile pôsobiacej na teleso. Ak tiaž telesa je nulová, hovoríme, že teleso je v **beztiažovom stave**.

2. Pri pružnej deformácii telesa nastáva zmena rovnovážnych polôh častíc telesa. Preto v pružne deformovanom telese vznikajú sily súvisiace s molekulovými silami, ktoré sa nazývajú **sily pružnosti**. Sú to sily elektromagnetického pôvodu. Napríklad pri predĺžení pružiny dĺžky l vznikne sila pružnosti, ktorej veľkosť je až do istého predĺženia priamo úmerná úmerná predĺženiu Δl , teda $F_p = k \cdot \Delta l$, kde k je tuhosť pružiny.

3. Pri relatívnom pohybe dotýkajúcich sa telies vzniká sila pôsobiaca proti pohybu, ktorá sa nazýva **trecia sila**. Trecia sila súvisí s molekulovými silami, teda má elektromagnetický pôvod.

Príklad.

Na vozík s hmotnosťou $3,0\text{kg}$ pôsobí stála sila 12N . Aké je zrýchlenie vozíka?

Riešenie:

Podľa zákona sily pre veľkosť zrýchlenia platí: $a = \frac{F}{m} = \frac{12\text{N}}{3\text{kg}} = 4,0\text{m.s}^{-2}$

Vozík bude mať zrýchlenie $4,0\text{m.s}^{-2}$.

Príklad.

Pôsobením stálej sily 20N prešlo teleso z pokoja za 10s dráhu 25m . Akú má hmotnosť?

Riešenie:

Teleso bude konať rovnomerne zrýchlený priamočiary pohyb z pokoja, preto vzťah pre dráhu bude: $s = \frac{1}{2}at^2$, z toho možo vyjadriť $a = \frac{2s}{t^2}$. Potom zo zákona sily platí: $m = \frac{F}{a} = \frac{Ft^2}{2s}$. Po

dosadení: $m = \frac{20\text{N} \cdot 100\text{s}^2}{50\text{m}} = 40\text{kg}$.

Teleso má hmotnosť 40kg .

2.5 Skladanie a rozkladanie síl pôsobiacich na hmotný bod

Ak na hmotný bod pôsobia súčasne sily $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$; môžeme ich nahradiť jedinou silou $\vec{F}$, ktorá sa nazýva výslednica a je vektorovým súčtom pôsobiacich síl, teda $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$.

Naopak, ak na hmotný bod pôsobí sila $\vec{F}$, môžeme ju nahradiť dvoma alebo viacerými silami, ktorých vektorový súčet je $\vec{F}$. Hovoríme, že sme silu rozložili na zložky.

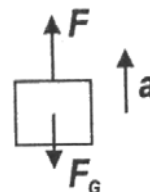
1. Ak hmotný bod koná rovnomerný priamočiary pohyb, $\vec{v} = \text{konšt.}$, preto $a = 0\text{m.s}^{-2}$ a podľa zákona sily $F = m \cdot a = 0\text{N}$. Teda ak hmotný bod koná rovnomerný priamočiary pohyb, je výslednica síl pôsobiacich na bod nulová.

2. Ak hmotný bod koná rovnomerne premenný (pozn.: zrýchlený, resp. spomalený) priamočiary pohyb, $\vec{a} = \text{konšt.}$ a podľa zákona sily pre výslednicu síl platí $\vec{F} = m \cdot \vec{a} = \text{konšt.}$ Výslednica pôsobiacich síl je konštantná sila rovnakého alebo opačného smeru ako rýchlosť.

3. Ak hmotný bod koná rovnomerný pohyb po kružnici, má dostredivé zrýchlenie veľkosti $a_d = \omega^2 r$. Podľa zákona sily pôsobí naň výslednica síl veľkosti $F_d = m \cdot a_d = m \cdot \omega \cdot r^2$, ktorá má smer do stredu trajektórie a nazýva sa **dostredivá sila**.

Príklad.

Žeriav dvíha teleso s hmotnosťou 500kg so zrýchlením $2,0\text{m.s}^{-2}$. Akou silou pôsobí rameno žeriava na teleso?



Riešenie:

$$m = 500\text{kg}; a = 2,0\text{m.s}^{-2}; g = 10\text{m.s}^{-2}; F = ?\text{N}$$

Na teleso pôsobí tiažová sila $\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$ a rameno žeriava silou $\vec{F}$. Podľa zákona sily:

$$\vec{F} + \vec{F}_G = m \cdot \vec{a}$$

$$F - F_G = m \cdot a$$

Z toho vyplýva:

$$F = m \cdot a + F_G = m \cdot a + m \cdot g = m \cdot (a + g); F = 500\text{kg} \cdot 12\text{m.s}^{-2} = 6000\text{N}$$

Rameno žeriava pôsobí na teleso silou 6000N .

Príklad.

Aká dostredivá sila pôsobí na guľôčku s hmotnosťou $0,50\text{kg}$ upevnenú na niti s dĺžkou $1,0\text{m}$, ak koná rovnomerný pohyb po kružnici rýchlosťou $3,0\text{m.s}^{-1}$ vo vodorovnej rovine?

Riešenie: Na guľôčku bude pôsobiť dostredivá sila veľkosti $F_d = m \cdot a_d = m \cdot \omega \cdot r^2 = \frac{mv^2}{r}$. Po

$$\text{dosadení do vzťahu } F_d = \frac{mv^2}{r} = \frac{0,5\text{kg} \cdot 9,0\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{1,0\text{m}} = 4,5\text{N}$$

Na guľôčku pôsobí dostredivá sila s veľkosťou $4,5\text{N}$.

Príklad.

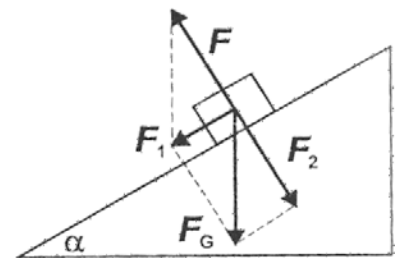
Na naklonenej rovine s uhlom sklonu 30° je kváder s hmotnosťou $2,0\text{kg}$. Aké bude mať zrýchlenie, ak trenie neuvažujeme?

Riešenie:

Na kváder pôsobí tiažová sila $\vec{F}_G$, ktorú môžeme rozložiť na zložku $\vec{F}_1$ rovnobežnú s naklonenou rovinou a na zložku $\vec{F}_2$ kolmú na naklonenú rovinu. Pre ich veľkosti platí

$$F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$F_2 = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$



Na kváder pôsobí tiež naklonená rovina silou $\vec{F}$, pre ktorú podľa zákona akcie a reakcie platí $\vec{F} = -\vec{F}_2$. Pohyb kvádra je spôsobený výslednicou vonkajších síl $\vec{F}_G + \vec{F} = \vec{F}$ a preto

$$a = \frac{F_1}{m} = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{m} = g \cdot \sin \alpha$$

Potom $a = 10\text{m.s}^{-2} \cdot \sin 30^\circ = 5,0\text{m.s}^{-2}$.

Kváder bude mať zrýchlenie $5,0\text{m.s}^{-2}$.