

Meno a priezvisko:

Škola:

Školský rok/blok:

Predmet:

Skupina:

Trieda:

Dátum:

Škola pre mimoriadne nadané deti a Gymnázium

Fyzika

Teória

2 Mechanika hmotného bodu

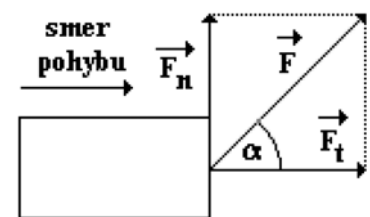
Dynamika - mechanická práca a mechanická energia

2.6 Mechanická práca

Vykonávanie mechanickej práce je podmienené silovým pôsobením na teleso a pohybom telesa. Mechanickú prácu konáme, ak ťaháme alebo tlačíme nejaký predmet po podlahe, zdvíhame teleso do výšky. Mechanickú prácu tiež vykonávajú motory motorových vozidiel, žeriavy pri zdvíhaní bremena,

Ak pôsobí na teleso (hmotný bod) konštantná sila s veľkosťou F rovnobežne s trajektóriou telesa a ak sa môže toto teleso pohybovať, je práca vykonaná touto silou po dráhe s rovná:

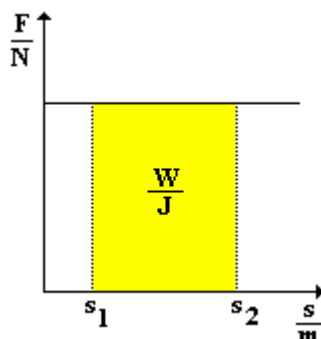
$$W = F \cdot s ; [W] = N \cdot m = J \text{ (joule)}$$



Ak zvierá konštantná sila $\vec{F}$ so smerom pohybu telesa konštantný uhol α , pôsobí v smere pohybu len tangenciálna zložka tejto sily: $\vec{F}_t$. Zložka sily $\vec{F}$, ktorá je kolmá na trajektóriu telesa, prácu nekoná. Prácu vykonanú silou $\vec{F}$ možno teda napísať v tvare:

$$W = F_t \cdot s = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

Normálová zložka $\vec{F}_n$ sily $\vec{F}$ ovplyvní veľkosť trecej sily, ktorá pôsobí medzi pohybujúcim sa telesom a podložkou.



V prípade pohybu na vodorovnej rovine, bude veľkosť trecej sily $\vec{F}_{trečia}$ daná vzťahom

$$F_{trečia} = (F_G - F_n) \cdot f = (m \cdot g - F \cdot \sin \alpha) \cdot f$$

Ak bude veľkosť sily $\vec{F}_n$ väčšia ako veľkosť tiažovej sily telesa, teleso bude vyzdvihnuté nad podložku.

Sila $\vec{F}_n$ na podložke vlastne nadľahčuje – preto je sila, ktorá „tlačí“ teleso k podložke menšia, ako v prípade, že je teleso ťahané vodorovnou silou.

Práca sa nekoná v týchto prípadoch:

1. Teleso sa nepohybuje – dráha je nulová.

Je nutné si uvedomiť rozdiel medzi fyzikálnou veličinou práca - W a fyzickou námahou. To, čomu sa bežne hovorí „práca“, je väčšinou fyzická námaha.

Zoberme si napríklad do natiahnutej ruky plnú PET fľašu vody a budeme ju v tejto polohe držať. Nekonáme žiadnu prácu. A napriek tomu nás ruka čoskoro začne bolieť. Je to preto, že budú namáhané svaly – budeme teda fyzicky namáhaní.

2. Teleso sa pohybuje rovnomerným priamočiarym pohybom – podľa druhého pohybového zákona na teleso pôsobí nulová sila.

3. Na teleso pôsobí sila v kolmom smere k trajektórii telesa – veľkosť uhla α je 90° a teda $\cos\alpha$.

Ak budeme v zime tlačiť po vodorovnej ceste sánky so súrodencom, budeme konať prácu (budeme musieť prekonávať treciu silu vznikajúcu medzi snehom a klznicou sánok). Ťažová sila pôsobiaca na sánky kolmo na cestu prácu nekoná !

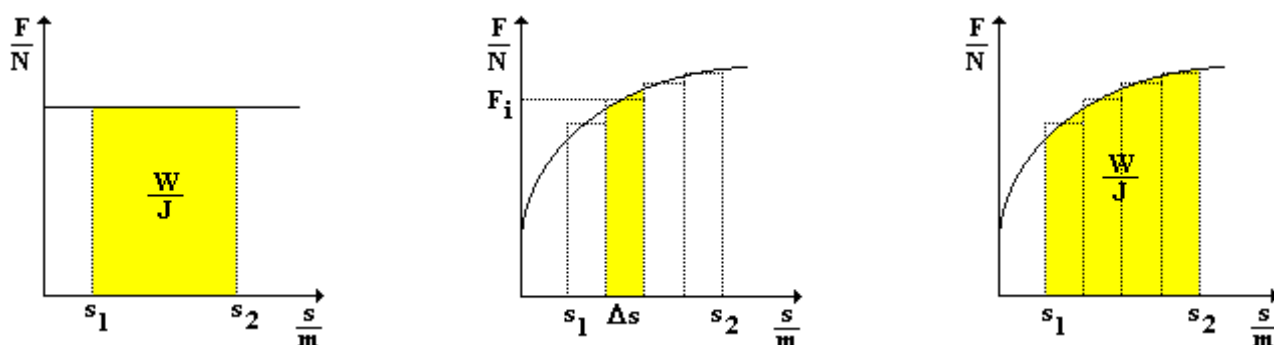
V závislosti od veľkosti uhla α teleso prácu vykoná alebo spotrebuje:

1. $\alpha \in (0^\circ; 90^\circ)$, potom $\cos\alpha > 0$ a teleso pôsobiace na iné teleso silou prácu koná.

Chlapec ťahá sánky za šnúрку, ktorý zviaza s vodorovnou rovinou uhol z daného intervalu; pritom koná prácu.

2. $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$, potom $\cos\alpha < 0$ a teleso pôsobiace na iné teleso silou prácu spotrebováva.

Trecia sila pôsobiaca v predchádzajúcom príklade medzi klznicou sánok a snehom koná zápornú prácu, t.j. spotrebováva prácu vykonávanú chlapcom.



Mechanickú prácu je možné tiež určiť graficky. Ak zobrazíme závislosť veľkosti sily, ktorá koná prácu od dráhy do pravouhlého systému súradníc. Ak zviaza sila $\vec{F}$ so smerom pohybu telesa uhol α , zobrazujeme do grafu len jej tangenciálnu zložku. Práca W vykonávaná silou $\vec{F}$ na dráhe $s = s_2 - s_1$ zodpovedá obsahu plochy pod krivkou, ktorá znázorňuje závislosť veľkosti sily od dráhy. V prípade konštantnej sily je grafom závislosti od dráhy polpriamka (resp. úsečka), a teda práca vykonaná na dráhe $s = s_2 - s_1$ zodpovedá obsahu obdĺžnika. Graf, z ktorého sme schopní určiť vykonanú prácu, sa nazýva **pracovný diagram**.

Pokiaľ na teleso pôsobí sila, ktorá nie je konštantná, t.j. mení sa s časom, rozdelíme dráhu s na také úseky Δs , na ktorých je možné považovať silu za konštantnú. Potom určíme

elementárnu prácu ΔW na jednotlivých úsekoch dráhy Δs . Táto elementárna práca sa rovná obsahu obdĺžnika, ktorého jednou stranou je dĺžka jedného úseku dráhy Δs a druhou je veľkosť sily F_i na danom úseku Δs : $\Delta W_i = F_i \cdot \Delta s$. Celkovú prácu W , ktorú vykonáva premenlivá sila na dráhe s , určíme ako súčet jednotlivých elementárnych prác ΔW . Teda

$$W = F_1 \cdot \Delta s + F_2 \cdot \Delta s + \dots + F_n \cdot \Delta s = \sum_{i=1}^n F_i \cdot \Delta s$$

Rýchlejšie a presnejšie je možné získať celkovú prácu použitím integrálneho počtu. Obrázky budú rovnaké, len sa výpočet na základe určitých pravidiel zjednoduší.

2.7 Výkon, príkon, účinnosť

V praxi existujú rôzne činnosti, ktoré namiesto ľudí môžu vykonávať stroje. Je to pre nás výhodnejšie aj z toho dôvodu, že stroj zvládne zadanú prácu väčšinou efektívnejšie ako človek. Aby sme mohli posúdiť, ako rýchlo sa práca koná, definujeme fyzikálnu veličinu **výkon**.

Priemerný výkon P_p je podiel práce W a času t , za ktorý sa daná práca vykonala:

$$P_p = \frac{W}{t}; [P_p = J \cdot s^{-1} = W] \text{ (watt).}$$

Prácu, ktorú vykoná stroj pracujúci s výkonom P_p za čas t , môžeme vyjadriť v tvare $W = P_p \cdot t$. Z toho vyplýva, že ako jednotku práce je možné použiť wattsekundu, pričom platí: $1 \cdot W \cdot s = 1 \cdot J$. S podobnou jednotkou sa stretávame v praxi – napríklad v energetike pri meraní spotreby elektrickej energie sa bežne používa **kilowatthodina**. Platí vzťah pre prepočet:

$$1 \cdot kW \cdot h = 1000 \cdot W \cdot h = 1000 \cdot 3600 \cdot W \cdot s = 3,6 \cdot 10^6 J$$

Faktúra za spotrebovanú elektrickú energiu sa platí na základe spotreby, ktorá sa udáva v kilowatthodinách. Z fyzikálneho hľadiska je to spotreba energie, ktorú elektrárňou dodala do domácnosti (firmy, ...).

Ak koná stroj prácu nerovnomerne, je možné určiť okamžitý výkon ako podiel práce ΔW vykonanej a času Δt :

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Tento vzťah je možné pre pohybujúce telesá (automobily, ...) ďalej upraviť. Nech sa teleso pohybuje po priamke za stáleho silového pôsobenia $\vec{F}$, ktorá má smer trajektórie telesa. Za dobu Δt prejde teleso dráhu $\Delta s = v \cdot \Delta t$, kde v je veľkosť okamžitej rýchlosti telesa. Potom **okamžitý výkon** môžeme vyjadriť vzťahom:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta s}{\Delta t} = F \cdot v$$

Rozdiel medzi okamžitým výkonom a priemerným výkonom je totožný ako rozdiel medzi okamžitou rýchlosťou a priemernou rýchlosťou.

Pri činnosti strojov sa mení energia z jednej formy na inú, alebo sa energia prenáša z jedného telesa na druhé. Stroj potom koná prácu zodpovedajúcu tejto premenenej (resp. prenesenej) energii. V praxi ale dochádza k tomu, že časť energie sa mení na nevyužiteľnú formu energie (napríklad vplyvom trenia sa časť mechanickej energie mení na vnútornú energiu, ...).

Podiel energie ΔE , ktorú dodáme stroju a času Δt , nazývame príkon P_0 stroja:

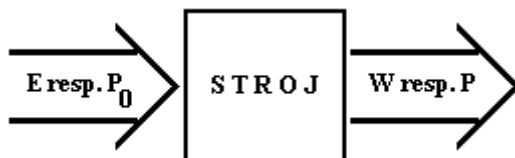
$$P_0 = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Pre porovnanie výkonnosti rôznych strojov je dobré definovať ďalšiu fyzikálnu veličinu – **účinnosť**:

Podiel výkonu P a príkonu P_0 je účinnosť η stroja:

$$\eta = \frac{P}{P_0} ; [\eta] = 1$$

Účinnosť sa bežne vyjadruje v percentách [%].



Teoreticky môžu nastať tieto tri prípady:

1. $E > W \Leftrightarrow P_0 > P \Leftrightarrow \eta < 1$ - reálny stroj pracujúci so stratami
2. $E = W \Leftrightarrow P_0 = P \Leftrightarrow \eta = 1$ - ideálny stroj pracujúci bez strát
3. $E < W \Leftrightarrow P_0 < P \Leftrightarrow \eta > 1$ - perpetum mobile I. druhu

Perpetum mobile I. druhu je stroj, ktorý by vykonal väčšiu prácu ako je energia, ktorú mu dodáme. Takýto stroj podľa súčasného fyzikálneho poznania neexistuje.

2.8.1 Kinetická energia

Kinetickú energiu majú všetky telesá, ktoré sa vzhľadom k danej vzťažnej sústave pohybujú. Aby sme uviedli teleso do pohybu, je potrebné vykonať určitú prácu.

Motor auta koná prácu, aby sa auto rozbehlo; ak chceme roztlačiť vozík, musíme vykonať prácu; ...

V ďalšom nahradíme teleso hmotným bodom a budeme predpokladať, že naň nepôsobia žiadne trecie a odporové sily.

Ak je hmotný bod s hmotnosťou m vzhľadom k danej inerciálnej vzťažnej sústave v pokoji, nepôsobí naň žiadna sila. Ak na hmotný bod začne pôsobiť stála sila $\vec{F}$, udelí mu podľa druhého Newtonovho zákona zrýchlenie $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$. Trajektóriu hmotného bodu je priamka, ktorá má smer sily $\vec{F}$. Za čas t sa bude hmotný bod pohybovať rýchlosťou s veľkosťou $v = a \cdot t$ a prejde dráhu $s = \frac{1}{2}at^2$. Prácu, ktorú vykoná sila $\vec{F}$ na dráhe s je daná vzťahom $W = \vec{F} \cdot s$.

Ak dosadíme dráhu do vzťahu pre prácu, dostaneme:

$$W = m \cdot a \cdot \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}m(at)^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

Práca vykonaná silou $\vec{F}$ je mierou zmeny kinetickej energie: $W = \Delta E_k$. Vzhľadom k tomu, že na počiatku bol hmotný bod v pokoji (a teda jeho kinetická energia bola nulová), je práca vykonaná silou $\vec{F}$ na dráhe s rovná kinetickej energii

$$W = E_k = \frac{1}{2}mv^2 ; [E_k] = J$$

Kinetická energia hmotného bodu nezávisí na smere rýchlosti hmotného bodu. Ak sa mení smer rýchlosti hmotného bodu, ale jej veľkosť rýchlosti je konštantná (napríklad rovnomerný pohyb po kružnici), je konštantná aj kinetická energia.

Na hmotný bod pohybujúci sa po kružnici pôsobí dostredivá sila kolmo k smeru rýchlosti. Táto sila nekoná prácu.

Ak sa mení veľkosť rýchlosti hmotného bodu, mení sa aj veľkosť kinetickej energie hmotného bodu. Zmena kinetickej energie hmotného bodu je daná zmenou práce, ktorú vykoná výslednica síl pôsobiach na hmotný bod. Pokiaľ táto výslednica koná prácu zápornú, tj. prácu spotrebovávajú (brzdíaca sila pri zastavovaní vozidla), kinetická energia sa znižuje. Teda

$$\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1} = W$$

Kinetická energia hmotného bodu je závislá od veľkosti jeho rýchlosti. Veľkosť rýchlosti hmotného bodu je ale závislá na voľbe vzťažnej sústavy, preto aj jeho kinetická energia je závislá na voľbe vzťažnej sústavy.

Človek, ktorý cestuje vo vlaku má nulovú kinetickú energiu vzhľadom k vlaku, ale nenulovú vzhľadom k stanici.

Niekedy sa stane, že je nevyhnutné určiť kinetickú energiu celej sústavy hmotných bodov. Kinetická energia sústavy n hmotných bodov, ktoré majú hmotnosť $m_1, m_2, \dots, m_n$ a veľkosti rýchlostí vzhľadom k určitej vzťažnej sústave $v_1, v_2, \dots, v_n$, je daná súčtom kinetických energií jednotlivých hmotných bodov:

$$E_k = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \dots + \frac{1}{2}m_nv_n^2$$

Takýmto spôsobom je možné vypočítať celkovú kinetickú energiu molekúl plynu v nádobe, telies Slnecnej sústavy, črepín po výbuchu granátu,

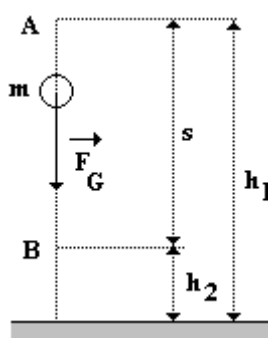
2.8.2 Potenciálna energia

Potenciálnu energiu majú telesá, ktoré:

- 1. sa nachádzajú v silových poliach iných telies – v tiažovom poli Zeme sa jedná o tiažovú potenciálnu energiu**
- 2. sú pružne deformované – potenciálna energia pružnosti (napríklad pri stlačení alebo natiahnutí pružiny)**

Tiažová potenciálna energia a jej zmeny súvisia s prácou, ktorú vykoná tiažová sila pri pohybe telesa v tiažovom poli Zeme.

Uvažujme namiesto telesa opäť hmotný bod s hmotnosťou m , ktorý padá voľným pádom v tiažovom poli Zeme po priamke. Na hmotný bod pôsobí tiažová sila $\vec{F}_G$. Medzi bodmi A a B prekoná dráhu s dĺžkou s .



Tiažová sila, ktorej smer má rovnaký smer ako trajektória hmotného bodu, vykoná prácu $W = F_G \cdot s = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$, pretože bod A je vo výške h_1 a bod B vo výške h_2 nad povrchom Zeme. Práca, ktorú vykoná tiažová sila, určuje úbytok tiažovej potenciálnej energie hmotného bodu: $W = E_{p1} - E_{p2} = m \cdot g \cdot h_1 - m \cdot g \cdot h_2$

Práca vykonaná tiažovou silou závisí od hmotnosti hmotného bodu, veľkosti tiažového zrýchlenia a na počiatočnej a koncovej výške hmotného bodu nad povrchom Zeme. Nezávisí od tvaru trajektórie a ani na dĺžke dráhy.

Ak sa bude chlapec sánkovať na sánkach z kopca, bude zmena jeho potenciálnej energie daná len prevýšením miesta štartu a cieľa. Nezávisí na skutočne prejdenej dráhe a tvarom jej trajektórie. Zmena potenciálnej energie bude rovnaká pre neho a pre kameň, ktorý by bol zhodený z vrcholu kopca do rovnakej nadmorskej výšky, do ktorej sa dostal chlapec pri sánkovaní.

Pokiaľ chceme jednoznačne určiť tiažovú potenciálnu energiu E_p a nielen jej úbytok, je nutné vopred zvoliť vodorovnú rovinu (tzv. **nulovú hladinu tiažovej potenciálnej energie**), na ktorej budeme považovať tiažovú potenciálnu energiu za nulovú. Potenciálnu energiu potom určíme vzhľadom k tejto rovine.

Vo výške h nad zvolenou nulovou hladinou potenciálnej energie je tiažová potenciálna energia hmotného bodu s hmotnosťou m daná vzťahom

$$E_p = m \cdot g \cdot h ; [E_p] = J$$

Spomínanú nulovú hladinu potenciálnej energie je možné voliť ľubovoľne, podľa toho, čo je v danej situácii najvýhodnejšie.

Na stole, ktorý je $1,5m$ nad podlahou, stojí $0,5m$ vysoká soška kráľa. Tiažová potenciálna energia hlavy sošky vzhľadom k stolu je $0,5 \cdot m \cdot g$, kde m je hmotnosť hlavy sošky. Potenciálna energia hlavy sošky vzhľadom k podlahe je ale $(1,5 + 0,5) \cdot m \cdot g$.

Ak bude na teleso pôsobiť okrem tiažovej sily $\vec{F}_G$ ďalšia sila rovnako veľká, ale opačne orientovaná, je možné touto silou teleso zdvíhať rovnomerným pohybom. Pri zdvihnutí telesa do výšky h vykoná táto vonkajšia sila prácu $W = m \cdot g \cdot h$, ktorá je rovná prírastku tiažovej potenciálnej energie telesa.

Vzhľadom k tomu, že tiažová potenciálna energia je podmienená vzájomným silovým pôsobením telies, mali by sme hovoriť o tiažovej potenciálnej energii sústavy telies (napríklad Zem-kameň, ...). Spravidla sa ale hovorí len o potenciálnej energii daného telesa (teda napríklad kameňa).