

Meno a priezvisko:

Škola:

Škola pre mimoriadne nadané deti a Gymnázium

Školský rok/blok:

Predmet:

Fyzika

Skupina:

Trieda:

Dátum:

Teória

3 Gravitačné pole

Intenzita gravitačného pola, radiálne a homogénne gravitačné pole

3.2.1 Intenzita gravitačného pola

Pri analýze gravitačného pola a jeho silových účinkov často potrebujeme poznať vlastnosti gravitačného pola v rôznych miestach priestoru. Newtonov gravitačný zákon hovorí o veľkosti sily, ktorou sa vzájomne priťahujú dve telesá s danými hmotnosťami (a vzájomnou vzdialenosťou). Ak budeme chcieť vyšetriť gravitačné pole jedného telesa (napr. Zeme), nie je použitie gravitačnej sily najlepším spôsobom. Veľkosť gravitačnej sily závisí od toho, aké teleso k skúmaniu gravitačného pôsobenia použijeme (napríklad kameň v malých výškach, kozmickú sondu vo väčších výškach, ...). Pre je výhodné definovať novú fyzikálnu veličinu – **intenzita gravitačného pola** $\vec{K}$.

Intenzita $\vec{K}$ gravitačného pola v istom mieste je podiel gravitačnej sily $\vec{F}_g$, ktorá v tomto mieste pôsobí na hmotný bod s hmotnosťou m a hmotnosti m , teda:

$$\vec{K} = \frac{\vec{F}_g}{m}$$

Jednotkou intenzity gravitačného pola je $[K] = N.kg^{-1}$. Gravitačné pole má v istom mieste intenzitu $1N.kg^{-1}$, ak v tomto mieste pôsobí silou $1N$ na hmotný bod s hmotnosťou $1kg$.

Intenzita gravitačného pola je vektorová veličina, ktorá má rovnaký smer ako **gravitačná sila pôsobiaca v danom bode** na hmotný bod.

Veľkosť intenzity gravitačného pola vo vzdialenosti väčšej alebo rovnjej polomeru rovnorodého guľového telesa R s hmotnosťou M je:

$$K = \frac{F_g}{m} = \kappa \frac{M}{r^2}$$

Tento vzťah platí v okolí gule alebo na jej povrchu ($r \geq R$), **pričom najväčšiu intenzitu má gravitačné pole na povrchu gule** ($r = R$).

Veľkosť intenzity gravitačného pola je nepriamo úmerná kvadrátu vzdialenosti od stredu daného telesa. **Vo vnútri gule sa opäť znižuje a v jej strede je nulová.**

Vysvetlenie začneme situáciou v strede (guľového a homogénneho) telesa. V tomto bode na zvolené testovacie teleso (napríklad človeka) bude pôsobiť v každom smere gravitačná sila tej časti telesa, ktorá sa nachádza v danom smere. Človek bude teda telesom „ťahaný“ do všetkých smerov. Vzhľadom na to, že teleso je guľové a homogénne, je **výslednica gravitačných síl pôsobiacich na človeka v strede telesa (gule) nulová**. Preto je nulová aj intenzita gravitačného pola.

Ak sa bude človek nachádzať napríklad v polovici vzdialenosti medzi stredom a povrchom gule, bude silové pôsobenie iné. Smerom donútra gule ho potiahne gravitačná sila tej časti gule, ktorá sa nachádza „nad“ človekom (tj. od jeho stanoviska k bližšej časti povrchu gule). V smere „vľavo“-„vpravo“ a „dopredu“-„dozadu“ sa silové pôsobenie vzájomne vykompenzuje! Preto bude človek priťahovaný smerom do stredu gule menšou silou, ako v prípade, že stojí na povrchu gule. A preto v danom mieste bude menšia aj intenzita gravitačného pola ako intenzita pola na povrchu gule.

Porovnaním vzťahov $\vec{F}_g = m \cdot \vec{a}_g$ (z II. NPZ) a $\vec{F}_g = m \cdot \vec{K}$ (pre intenzitu GP) zistíme, že $\vec{K} = \vec{a}_g$. Teda intenzita gravitačného poľa v istom mieste sa rovná zrýchleniu, ktoré v tomto mieste udeľuje telesu gravitačná sila $\vec{F}_g$. Nazýva sa **gravitačné zrýchlenie**.

Gravitačné pole môžeme graficky znázorniť siločiarami. Siločiaru je myslená čiara, ktorej dotyčnica v každom bode má smer intenzity gravitačného poľa. Špeciálnymi prípadmi gravitačného poľa je radiálne a homogénne gravitačné pole:

3.2.1.1 Radiálne (centrálne) gravitačné pole

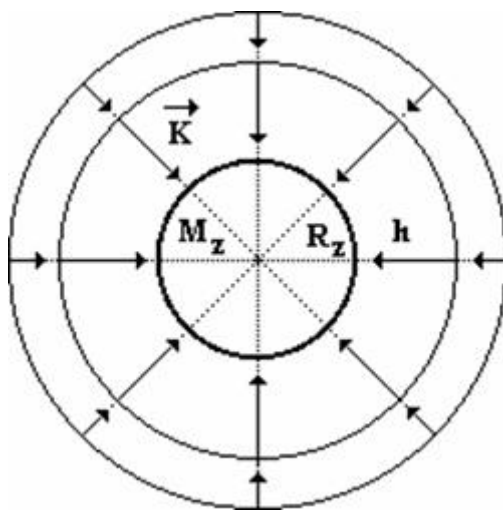
Vzhľadom k tomu, že gravitačná sila mieri vždy do stredu telesa, mieri do stredu telesa aj intenzita gravitačného poľa. Takto definované pole sa nazýva radiálne (centrálne) gravitačné pole a stred telesa je gravitačný stred centrálného poľa. Radiálne gravitačné pole vzniká okolo každého rovnorodého telesa tvaru gule a v okolí hmotného bodu. Radiálne gravitačné pole je tiež okolo Zeme, ktorú môžeme považovať pre naše výpočty za rovnorodú homogénnu guľu.

Gravitačné pole sa nazýva **radiálne**, ak jeho intenzita vo všetkých bodoch smeruje do toho istého bodu. Radiálne gravitačné pole je v okolí hmotného bodu. Radiálne gravitačné pole vznikne tiež okolo rovnorodej homogénnej gule.

Ak má Zem hmotnosť M_z a polomer R_z , bude veľkosť intenzity gravitačného poľa vo výške h nad povrchom Zeme daná vzťahom:

$$K = \kappa \frac{M_z}{(R_z + h)^2}$$

Z tohoto vzťahu je vidieť, že veľkosť intenzity gravitačného poľa (Zeme) sa s rastúcou výškou nad telesom (Zemou) znižuje. Toto môžeme znázorniť obrázkom:



Na myslenom guľovom povrchu, ktorý má stred v Zemi, má intenzita gravitačného poľa vo všetkých bodoch rovnakú veľkosť. Na povrchu s väčším polomerom je veľkosť intenzity gravitačného poľa menšia ako na mieste s menším polomerom.

Radiálne gravitačné pole je priestorovo neohraničené. Vzhľadom k závislosti na prevrátenej hodnote druhej mocniny vzdialenosti je gravitačné pole vo väčších vzdialenostiach od gravitačného stredu veľmi slabé. Ak pôsobia v jednom mieste gravitačné polia viacerých telies (napríklad Zem a Mesiak, ...), ich intenzity sa v danom mieste vektorovo sčítajú.

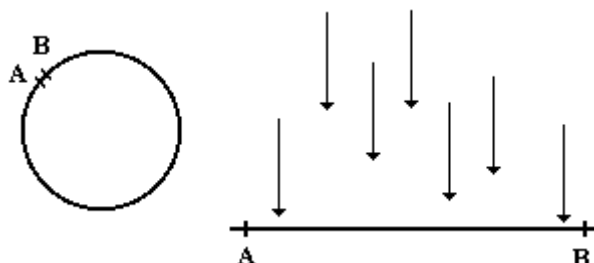
3.2.1.2 Homogénne gravitačné pole

Gravitačné pole sa nazýva **homogénne**, ak jeho intenzita má vo všetkých bodoch rovnakú veľkosť aj smer. Siločiaru sú vzájomne rovnobežné a vo všetkých miestach priestoru ich kreslíme rovnako vzdialené.

Ak pozorujeme pohyb nejakého telesa v oblastiach blízko povrchu Zeme (napríklad vo vzdialenostiach niekoľko sto metrov), môžeme použiť určité zjednodušenie.

V nevelkých vzdialenostiach od povrchu Zeme (a na malom území) sa intenzita gravitačného poľa mení len nepatrne (jej veľkosť a smer), takže je možné ju považovať za konštantnú (veľkosť a smer).

Tento model gravitačného poľa, ktoré má vo všetkých miestach rovnakú intenzitu gravitačného poľa $\vec{K}$, sa nazýva **homogénne gravitačné pole**.

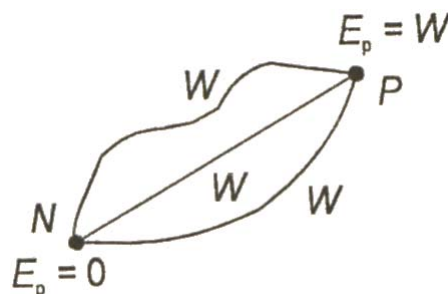


V ľavej časti je zobrazená Zem, v pravej malé územie, na ktorom je možné považovať smer intenzity gravitačného poľa za konštantný. Jej veľkosť je možné považovať za konštantnú do výšky niekoľko stovák (možno tisícov) metrov od povrchu Zeme.

Úvaha platí pre Zem, ale rovnakým spôsobom možno definovať gravitačné pole v okolí ľubovoľného telesa – tam, kde je možné považovať vektor intenzity gravitačného poľa za konštantný.

Homogénne gravitačné pole je špeciálnym prípadom radiálneho (centrálneho) poľa.

3.2.2 Gravitačný potenciál



Uvažujme v gravitačnom poli dve miesta N a P . Ak gravitačná sila premiestni hmotný bod z miesta P do miesta N , vykoná prácu W . Je možné dokázať, že práca W nezávisí od trajektórie, po ktorej sa hmotný bod pohybuje. Táto práca určuje zmenu energie, ktorá súvisí so zmenou polohy, preto je to forma polohovej energie. Nazýva sa **gravitačná potenciálna energia**.

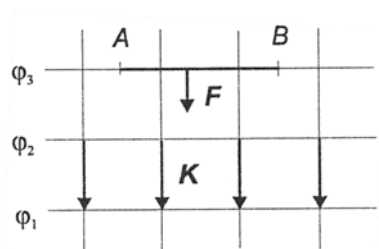
Ak v mieste N zvolíme hodnotu gravitačnej potenciálnej energie za nulovú (miesto nulovej potenciálnej energie), potom na mieste P je $E_p = W$. **Teda gravitačná potenciálna energia hmotného bodu v istom mieste gravitačného poľa je určená prácou, ktorú vykoná gravitačná sila pri premiestnení hmotného bodu z daného miesta do miesta nulovej potenciálnej energie.**

Množina všetkých bodov gravitačného poľa s rovnakou gravitačnou potenciálnou energiou je hladina gravitačnej energie.

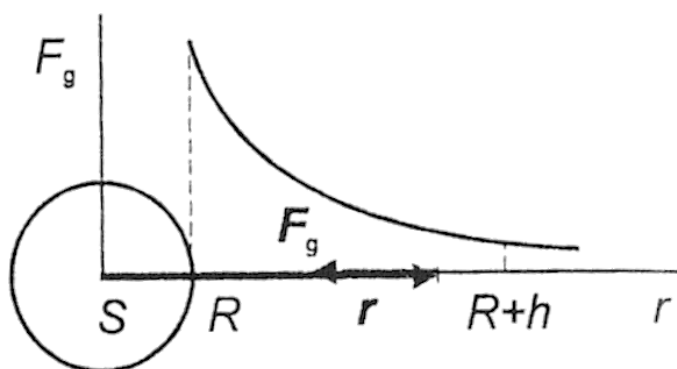
Gravitačný potenciál φ v istom mieste gravitačného poľa je podiel gravitačnej potenciálnej energie hmotného bodu s hmotnosťou m v tomto mieste a hmotnosti m , teda $\varphi = \frac{E_p}{m}$.

Pre jednotku gravitačného potenciálu platí $[\varphi] = \frac{[E_p]}{[m]} = \frac{[1J]}{[1kg]} = [1J \cdot kg^{-1}]$.

Množina všetkých bodov gravitačného poľa s rovnakým potenciálom je **hladina potenciálu (ekvipotenciálna hladina)**.



Uvažujme homogénne gravitačné pole. Ak hmotný bod s hmotnosťou m premiestňujeme z miesta A do miesta B po vyznačenej trajektórii, gravitačná sila je kolmá na trajektóriu, preto nekoná prácu. To znamená, že všetky body ležiace v rovine kolmej siločiar, majú rovnaký potenciál. Preto roviny kolmé na siločiar sú v homogénnom gravitačnom poli hladinami potenciálu.



Uvažujme radiálne gravitačné pole okolo homogénnej gule s hmotnosťou M a polomerom R . Nech hmotnému bodu na povrchu gule prislúcha nulová gravitačná potenciálna energia. Potom jeho potenciálnu energiu vo výške h nad povrchom gule platí:

$$E_p = W = - \int_{R+h}^R \kappa \frac{M \cdot m}{r^2} dr = - \kappa \cdot M \cdot m \int_{R+h}^R \frac{1}{r^2} dr = - \kappa \cdot M \cdot m \left[-\frac{1}{r} \right]_{R+h}^R = \kappa \cdot M \cdot m \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right)$$

Teda gravitačná potenciálna energia je vo všetkých bodoch guľovej plochy polomeru $R+h$ rovnaká. Potom gravitačný potenciál vypočítame:

$$\varphi = \frac{E_p}{m} = \kappa \cdot M \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right)$$

Vo všetkých bodoch guľovej plochy polomeru $R+h$ je rovnaký, preto guľové plochy sú v radiálnom gravitačnom poli hladinami potenciálu.

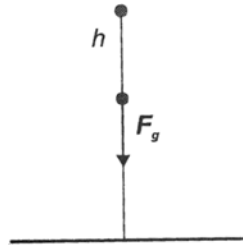
3.2.3 Gravitačné pole Zeme

Aby sme vytvorili zjednodušený model gravitačného poľa Zeme, budeme považovať Zem za homogénnu guľu s hmotnosťou M_z a polomerom R_z . Potom môžeme gravitačné pole Zeme považovať za radiálne s intenzitou veľkosti:

$$K = \kappa \frac{M_z}{(R_z + h)^2}$$

kde h je výška nad povrchom Zeme. Ak povrch Zeme bude hladinou nulovej potenciálnej energie, tak hmotný bod s hmotnosťou m bude mať vo výške h gravitačnú potenciálnu energiu $E_p = \kappa M m \left(\frac{1}{R_z} - \frac{1}{R_z + h} \right)$.

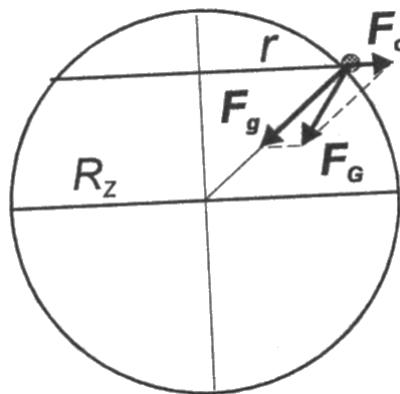
Ak vymedzíme malú časť gravitačného poľa nad povrchom Zeme $h \ll R_z$, môžeme ho považovať za homogénne gravitačné pole.



Potom pre gravitačnú potenciálnu energiu hmotného bodu s hmotnosťou m vo výške h platí:

$$E = W = F_g h = K \cdot m \cdot h = a_g \cdot m \cdot h$$

Vzťažná sústava spojená so Zemou je v dôsledku otáčania Zeme neinerciálna, preto na každý hmotný bod s hmotnosťou m pôsobí okrem gravitačnej sily F_g aj zotrvačná odstredivá sila $F_0 = m \cdot \omega^2 \cdot r$.



Výslednica týchto síl je **tiažová sila** $\vec{F}_G = \vec{F}_g + \vec{F}_0$. Tiažová sila udeľuje voľne pustenému telesu s hmotnosťou m tiažové zrýchlenie $\vec{g} = \frac{\vec{F}_G}{m}$. Jeho veľkosť závisí od zemepisnej šírky a aj od výšky nad povrchom Zeme.