

Meno a priezvisko:

Škola:

Predmet:

Školský rok/blok:

Skupina:

Trieda:

Dátum:

Bilingválne gymnázium C. S. Lewisa, Beňadická 38, Bratislava

Fyzika

/

Teória

1 KMITANIE A VLNIENIE

1.1 Kmitanie

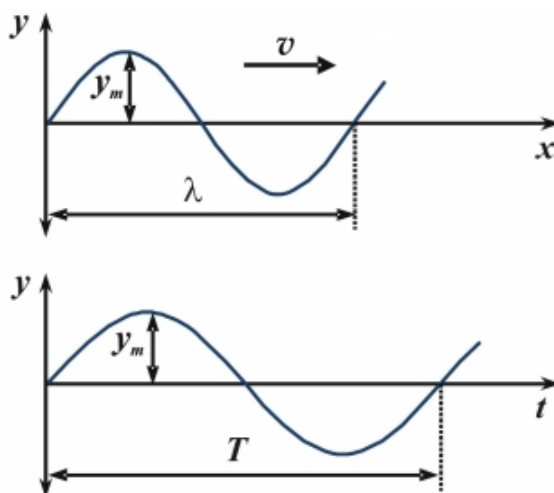
V tejto kapitole sa oboznámime s ďalším pohľadom na svet okolo nás. Budeme sa zaoberať mechanickým vlnením. Veľkú pozornosť si zasluhuje zvuk a javy s ním súvisiace.



Po vhození kameňa do bazénu alebo do jazera, šíri sa z miesta dopadu kruhová vlna, ako na obrázku. Vlna sa tiež šíri pozdĺž hadice v záhrade, ak jej koncom kmitáme hore-dolu. Vlna na vodnej hladine a vlna na hadici sú dva bežné príklady vlnenia. Neskôr sa môžeme zaoberať aj inými druhmi vlnenia – napríklad svetlom alebo vlnením ktoré patrí k letiacemu elektrónu. Zatiaľ sa však obmedzíme na **mechanické vlnenie**.

Isto ste už sedeli na brehu jazera a zdalo sa vám, že vlny, ktoré sa šíria smerom ku brehu, prinášajú naň vodu. Nie je to však celkom tak. Vlny sa šíria istou rýchlosťou, zatiaľ čo časti vodnej hladiny iba kmitajú okolo rovnovážnej polohy. Vlna nespôsobuje pohyb listu padnutého na hladinu v smere jej šírenia. List iba kmitá okolo rovnovážnej polohy. Toto je všeobecná vlastnosť vlnenia. *Vlnenie sa môže šíriť na veľké vzdialenosti, ale prostredie (voda, hadica) koná iba obmedzený pohyb – bod prostredia kmitá okolo rovnovážnej polohy.* Vlnenie sa šíri bez toho, aby nieslo so sebou aj časti prostredia.

Zdrojom vlnenia je teda kmitanie, a je to zároveň kmitanie, čo sa šíri prostredím a vytvára vlnenie. Ak zdroj kmitá harmonicky (časová závislosť je sínusoida s určitou frekvenciou) a prostredie je dokonale pružné, aj vzniknuté vlnenie je **harmonické**. Ak sa na takéto vlnenie pozrieme v ľubovoľnom okamihu (napr. ak takéto vlnenie odfoťíme), vlnenie má tvar sínusoidy. Na druhej strane, ak sa pozrieme na pohyb jedného bodu, grafom závislosti výchylky z rovnovážnej polohy od času je tiež sínusoida.



1.1.1 Periodické deje, kmitanie

Dôležitým druhom fyzikálnych dejov sú **periodické deje** – sú to deje, pri ktorých sa fyzikálna sústava pravidelne dostáva do toho istého stavu charakterizovaného istými fyzikálnymi veličinami. Najmenší súbor stavov, ktorého opakováním vznikne periodický dej, sa nazýva **kmit**.

Perióda alebo **doba kmitu** T je najkratšia doba, po ktorej sa dej periodicky opakuje. Jej jednotkou je jedna sekunda. Fyzikálny dej je periodický s periódou T , ak jeho charakteristická veličina $v(t)$ je periodickou funkciou času, t.j.

$$v(t) = v(t + kT)$$

kde k je celé číslo. Prevrátená hodnota periódy je **frekvencia** $f = \frac{1}{T}$. Frekvencia je veličina,

ktoré určuje počet kmitov za sekundu. Jednotkou je hertz $[Hz]$: $[f] = \frac{1}{[T]} = 1s^{-1} = 1Hz$. **Jeden**

hertz je frekvencia periodického deja, ktorého periód je 1s. Veličina $\omega = 2\pi f$ sa nazýva **uhlová frekvencia**.

Periodické deje sa nazývajú **kmitanie**. Presnejšie povedané, periodické deje sa **nazývajú periodické kmitanie** a za kmitanie vo všeobecnosti považujeme aj niektoré neperiodické deje. V ďalšom, ak nepovieme ináč, budeme kmitanie chápať ako periodické kmitanie.

Kmitajúca sústava sa nazýva **oscilátor**. Ak veličina $v(t)$ opisujúca kmitanie závisí od času podľa funkcie sínus, teda

$$v(t) = v_m \sin(\omega t + \varphi)$$

nazýva sa kmitanie **harmonické** a oscilátor sa nazýva **harmonický oscilátor**. Hodnota v_m sa nazýva amplitúda veličiny v , veličina $\omega t + \varphi$ je fáza, φ je počiatočná fáza veličiny v .

Kmitanie oscilátora, ktorý po dodaní energie ponecháme na seba, sa nazýva **vlastné kmitanie**.

Frekvencia (periód) vlastného kmitania sa nazýva **vlastná frekvencia (periód)** oscilátora.

1.1.2 Kmitavý pohyb

Špeciálnym prípadom kmitania je kmitavý pohyb. Kmitavý pohyb je mechanický pohyb sústavy charakterizovaný veličinami, ktoré sú periodickými funkciami času. Fyzikálna sústava konajúca kmitavý pohyb sa nazýva **mechanický oscilátor** – napríklad hmotný bod pohybujúci sa rovnomerne po kružnici, závažie na pružine, guľôčka na niti, tyč otáčavá okolo vodorovnej osi neprechádzajúcej ťažiskom.

Kmitavý pohyb hmotného bodu je pohyb, pri ktorom sa hmotný bod pohybuje okolo tzv. rovnovážnej polohy tak, že kinematické veličiny opisujúce pohyb sú periodickými funkciami času. Rovnovážna poloha je poloha, ktorej zodpovedá minimum potenciálnej energie. Kmitavý pohyb hmotného bodu kinematicky opisujeme polohovým vektorom $\vec{r}(t)$ bodu vzhľadom na rovnovážnu polohu. Ak hmotný bod koná kmitavý pohyb na priamke, nazýva sa **lineárny oscilátor** – napríklad závažie na pružine.

Kmitavý pohyb lineárneho oscilátora kinematicky opisujeme okamžitou výchylkou $y(t)$ z rovnovážnej polohy, okamžitou rýchlosťou $v(t)$ a okamžitým zrýchlením $a(t)$. Graf závislosti okamžitej výchylky od času je časový diagram kmitavého pohybu.

1.1.3 Harmonický kmitavý pohyb

Najjednoduchším kmitavým pohybom hmotného bodu na priamke je **harmonický kmitavý pohyb**. Je to taký kmitavý pohyb, pri ktorom okamžitá výchylka $y(t)$ závisí od času podľa funkcie sínus, teda

$$y(t) = y_m \sin(\omega t + \varphi)$$

kde y_m je amplitúda okamžitej výchylky y , veličina ω je uhlová frekvencia, φ je počiatočná fáza. Časový diagram harmonického kmitavého pohybu je sínusoida. Ak $y = 0$, hmotný bod je v rovnovážnej polohe, ak $y = \pm y_m$, hmotný bod je v krajnej polohe. Pre okamžitú rýchlosť a zrýchlenie platí:

$$v(t) = \omega y_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$a(t) = -\omega^2 y(t)$$

Okamžité zrýchlenie má opačný smer ako okamžitá výchylka. V rovnovážnej polohe je okamžitá rýchlosť maximálna, má hodnotu $v_m = \omega y_m$, v krajnej polohe je $v = 0$. Okamžité zrýchlenie má amplitúdu $a_m = -\omega^2 y_m$ v krajnej polohe, v rovnovážnej polohe $a = 0$.

Príklad:

Napište rovnicu harmonického kmitavého pohybu s amplitúdou výchylky 10cm, periódou 0,01s a začiatočnou fázou $\frac{\pi}{6}$.

Riešenie:

$$y_m = 10\text{cm} = 0,01\text{m}, T = 0,01\text{s}, \varphi = \frac{\pi}{6}, y(t) = ???$$

Uhlová frekvencia bude $\omega = \frac{2\pi}{T} = 200\pi \cdot \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Rovnica pohybu bude:

$$y(t) = y_m \sin(\omega t + \varphi) = 0,01 \cdot \sin\left(200\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{m}$$

1.1.4 Energia harmonického kmitavého pohybu

Uvažujme hmotný bod s hmotnosťou m konajúci harmonický kmitavý pohyb s rovnicou $y(t) = y_m \sin(\omega t + \varphi)$. V čase t má hmotný bod kinetickú energiu

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 y_m^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi)$$

Ak hladinu nulovej potenciálnej energie zvolíme v rovnovážnej polohe, tak potenciálna energia v čase t bude

$$E_p = \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 y_m^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi)$$

Potom celková mechanická energia hmotného bodu konajúceho harmonický kmitavý pohyb bude

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}m\omega^2 y_m^2$$

Pri harmonickom kmitavom pohybe je celková mechanická energia stála, mení sa iba kinetická energia na potenciálnu a naopak.

Uvedený poznatok platí iba vtedy, ak na oscilátor okrem sily $F = -ky$, ktorá spôsobuje harmonický kmitavý pohyb, nepôsobí žiadna iná sila. Na reálne oscilátory pôsobia aj iné sily, napríklad sila trenia, sila odporu prostredia, atď. Tieto sily spôsobujú, že mechanická energia oscilátora sa mení na iné formy energie. S úbytkom mechanickej energie súvisí znižovanie amplitúdy kmitavého pohybu. Kmitavý pohyb, ktorého amplitúda výchylky sa s časom znižuje, sa nazýva **tlmený kmitavý pohyb**. Vlastné kmitanie reálneho oscilátora je vždy tlmené. Tlmené kmitanie je vždy neperiodické kmitanie.

Príklad:

Hmotný bod koná harmonický kmitavý pohyb určený rovnicou $y(t) = y_m \sin(6\pi t)$. V ktorom čase je jeho kinetická energia trikrát väčšia ako potenciálna?

Riešenie:

Pre pomer kinetickej a potenciálnej energie platí:

$$\frac{E_k}{E_p} = \frac{\cos^2 6\pi t}{\sin^2 6\pi t} = \cot^2 6\pi t = 3, \text{ teda } \cot 6\pi t = \sqrt{3}$$

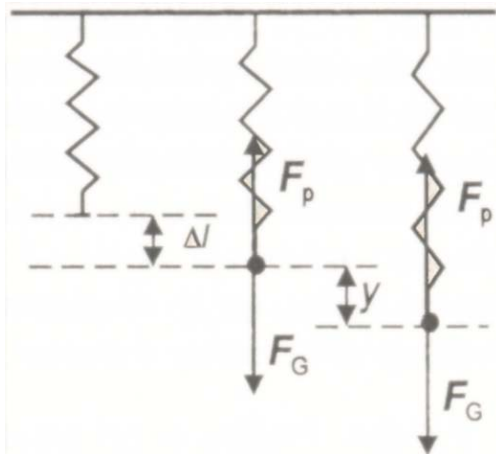
$$\text{Odtiaľ } 6\pi t = \frac{\pi}{6}, \text{ teda } t = \frac{1}{36} \text{ s.}$$

Kinetická energia je trikrát väčšia ako potenciálna energia v čase $t = \frac{1}{36} \text{ s}$.

1.1.5 Mechanické oscilátory

Pružinový oscilátor je hmotný bod s hmotnosťou m zavesený na pružine s tuhosťou k . V rovnovážnej polohe je tiažová sila v rovnováhe so silou pružnosti pružiny, teda $m \cdot g = k \cdot \Delta l$. Ak okamžitá výchylka je rovná y , tak na hmotný bod pôsobí výsledná sila

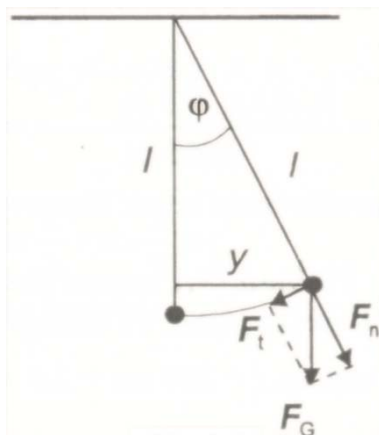
$$F = F_G - F_p = m \cdot g - k(\Delta l + y) = -k \cdot y$$



teda pružinový oscilátor je harmonický. Potom $m \cdot a = -k \cdot y$, odkiaľ $a = -\frac{k}{m} y = -\omega^2 y$.

Uhlová frekvencia bude $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ a pre periódu vlastných kmitov platí $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$.

Matematické kyvadlo je hmotný bod zavesený na závесе s dĺžkou l , pohybujúci sa účinkom tiažovej sily. Záves má zanedbateľnú hmotnosť. Ak uhol φ je malý, môžeme kmitavý pohyb považovať za lineárny.



Pre silu F_t spôsobujúcu pohyb platí

$$F_t = -mg \sin \varphi = -mg \frac{y}{l} = -m \frac{g}{l} y = -ky$$

teda matematické kyvadlo je harmonický oscilátor.

Potom

$$m \cdot a = -k \cdot y = -m \frac{g}{l} y = -m \omega^2 y$$

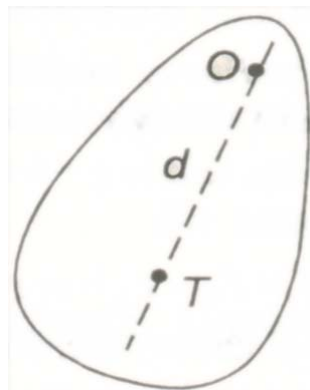
a uhlová frekvencia bude $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$.

Pre periódu vlastných kmitov platí $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$.

Fyzikálne kyvadlo je dokonale tuhé teleso s hmotnosťou m otáčavé okolo vodorovnej osi neprechádzajúcej ťažiskom a pohybujúce sa účinkom tiažovej sily. Dá sa dokázať, že fyzikálne kyvadlo koná harmonický kmitavý pohyb s periódou

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}}$$

kde J je moment zotrvačnosti telesa vzhľadom na os otáčania, d je vzdialenosť ťažiska T od osi otáčania. Veličina $L = \frac{J}{m \cdot d}$ je **redukovaná dĺžka fyzikálneho kyvadla**. Je to dĺžka takého matematického kyvadla, ktoré má rovnakú periódu vlastných kmitov ako uvažované fyzikálne kyvadlo.



Fyzikálne kyvadlá sú dôležitou súčasťou gravimetrických prístrojov, ktoré umožňujú presné merania tiažového zrýchlenia. Lokálna hodnota tiažového zrýchlenia závisí od zemepisnej šírky, nadmorskej výšky, ale aj od zloženia zemskej kôry, preto umožňuje robiť závery o zložení zemskej kôry.

Príklad:

Pružina sa pri zaťažení závaží s hmotnosťou $100g$ predĺži o $3cm$. Aká bude perióda kmitov závažia s hmotnosťou $500g$?

Riešenie:

$$m_0 = 100g = 0,10kg ; \Delta l = 3cm = 0,03m ; m = 500g = 0,5kg ; T = ???$$

Pre tuhosť pružiny platí: $m_0 g = k \cdot \Delta l$ odkiaľ $k = \frac{m_0 g}{\Delta l}$. Po dosadení $k = \frac{0,1 \cdot 9,8}{0,03} \doteq 31,3 N \cdot m^{-1}$.

Potom $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \doteq 0,77s$. $f = 1,29Hz$.

Závažie bude konať kmitavý pohyb s periódou $0,77s$ a frekvenciou $f = 1,29Hz$.

Príklad:

Pri meraní tiažového zrýchlenia matematickým kyvadlom s dĺžkou 200cm sa zistilo 21 kmitov za 1 minútu. Určte tiažové zrýchlenie.

Riešenie:

$$l = 200\text{cm} = 2\text{m} ; n = 21 ; t = 1\text{min} = 60\text{s} ; g = ?$$

$$\text{Frekvencia kmitavého pohybu je } f = \frac{n}{t} = \frac{21}{60} = 0,35\text{Hz}$$

$$\text{Potom } g = 4\pi^2 f^2 l = 9,7\text{m.s}^{-2} . \text{ Tiažové zrýchlenie je } 9,7\text{m.s}^{-2} .$$