

Meno a priezvisko:

Škola:

Predmet:

Školský rok/blok:

Skupina:

Trieda:

Dátum:

Bilingválne gymnázium C. S. Lewisa, Beňadická 38, Bratislava

Fyzika

/

Teória

1 KMITANIE A VLNIENIE

2.1 Mechanické vlnenie

Mechanické vlnenie je dej, pri ktorom sa kmitavý rozruch šíri prostredím (sú to kmitavé pohyby, ktoré sú na sebe závislé). Pri tomto pohybe nedochádza k transportu látky.

Mechanické vlnenie vzniká v pevných, kvapalných a plynných látkach. Jeho príčinou je existencia väzbových síl medzi časticami (atómami, molekulami) prostredia, ktorým sa vlnenie šíri. Kmitanie jednej častice sa väzbovými silami prenáša na ďalšie častice. Takéto prostredie sa nazýva pružné prostredie.

1.2.1 Postupné mechanické vlnenie

Postupné mechanické vlnenie je vlnenie, pri ktorom sa kmitavý rozruch šíri istou rýchlosťou v smere jednej osi. Rozlišujeme dva druhy postupného vlnenia - postupné priečne vlnenie (amplitúdy sú kolmé na smer, ktorým sa vlnenie šíri) a postupné pozdĺžne vlnenie (kmity sa dejú v smere, ktorým vlnenie postupuje).

Prostredie sa nazýva **pružné**, ak medzi jeho časticami existujú väzbové sily pôsobiace proti deformácii. Plynné, kvapalné aj pevné prostredie má **objemovú pružnosť** - medzi jeho časticami existujú sily pôsobiace proti zmene objemu.

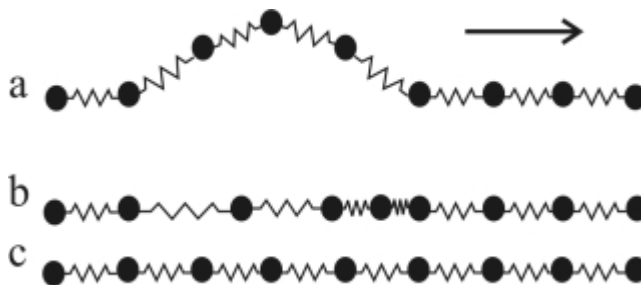
Pevné prostredie má aj **tvarovú pružnosť** - medzi jeho časticami existujú sily pôsobiace proti zmene tvaru. Plyny a kvapaliny sú tekuté, preto nemajú tvarovú pružnosť, ale povrchová vrstva kvapaliny má tvarovú pružnosť.

Ak sa v pružnom prostredí nachádza kmitajúce teleso, účinkom väzbových síl sa postupne rozkmitajú častice prostredia - prostredím sa šíri kmitavý pohyb.

Šírenie kmitavého pohybu prostredím sa nazýva postupné mechanické vlnenie. Kmitajúce teleso je **zdroj vlnenia**. Pri postupe mechanického vlnenia sa mení aj energia prostredia.

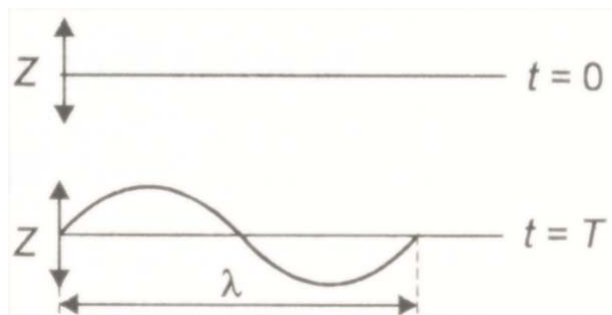
Mechanické vlnenie sa nazýva **priečne**, ak smer kmitov je kolmý na smer postupu vlnenia. Priečne vlnenie je možné iba v tvarovo pružnom prostredí, teda v pevných látkach a v povrchovej vrstve kvapaliny.

Mechanické vlnenie sa nazýva **pozdĺžne**, ak smer kmitov je rovnobežný so smerom postupu vlnenia. Pozdĺžne vlnenie je možné v plynnom, kvapalnom aj pevnom prostredí.



Ak sa vlna šíri pozdĺž lana tak, že časti lana kmitajú („hore-dolu“) kolmo na lano ako na obrázku situácia „a“, potom takéto vlnenie nazývame **priečne vlnenie**. Ak časti prostredia kmitajú v smere šírenia vlnenia, ako v situácii „b“, potom ho nazývame **pozdĺžne vlnenie**. Pri pozdĺžnom vlnení sa šíria za sebou oblasti zhusteného a zriedeného prostredia.

1.2.2 Postupné vlnenie v rade bodov



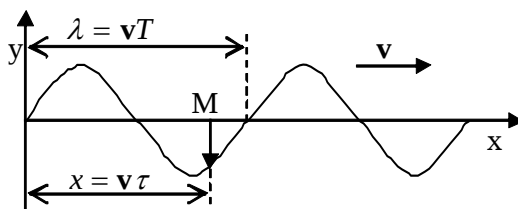
Uvažujme rad bodov, ktorého prvý bod Z kmitá kolmo na rad podľa rovnice $y(t) = y_m \sin \omega t$. Od bodu Z sa postupne rozkmitajú ďalšie body radu s rovnakou frekvenciou f ako bod Z , ale s inou fázou. Radom bodov sa bude šíriť kmitavý pohyb, teda vznikne postupné priečne mechanické vlnenie. Pre postupné mechanické je charakteristické, že všetky body prostredia, do ktorých sa vlnenie dostalo, kmitajú s rovnakou frekvenciou a amplitúdou (ak neuvažujeme straty energie) ale s rôznou fázou, pričom istá hodnota fázy, sa nazýva **fázová rýchlosť vlnenia**. Vzdialenosť, ktorú vlnenie prejde za jednu periódu, sa nazýva **vlnová dĺžka λ** vlnenia (vzdialenosť, do ktorej vlnenie dospeje za periódu T kmitania zdroja vlnenia, sa nazýva **vlnová dĺžka λ**):

Platí:

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

kde f je frekvencia zdroja vlnenia,

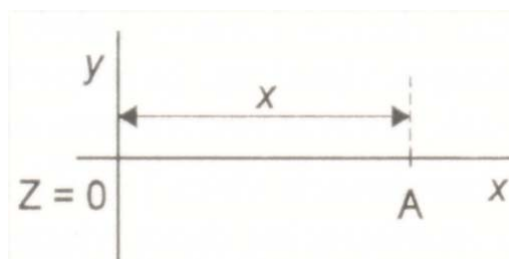
v je rýchlosť, ktorou sa vlnenie šíri - je fázová rýchlosť vlnenia. Je to rýchlosť, ktorou sa premiestňuje rovnaká fáza kmitania jednotlivých bodov. Z tohto hľadiska je vlnová dĺžka vzdialenosť dvoch najbližších bodov, ktoré kmitajú s rovnakou fázou.



Ak radom bodov postupuje priečne vlnenie, nadobudne rad tvar vlnovky, ktorej horná časť sa nazýva *vrch* a dolná časť *dol*. Ak vlnenie je pozdĺžne, rad nemení tvar, ale v ňom vznikajú zhustenia a zriedenia.

Uvažujme postupné priečne vlnenie v rade bodov. Budeme hľadať rovnicu, ktorá umožní vypočítať okamžitú výchylku ľubovoľného bodu v ľubovoľnom čase. Takáto rovnica sa nazýva rovnica vlnenia. Nech zdroj Z v začiatku súradnicovej sústavy kmitá podľa rovnice $y(t) = y_m \sin \omega t$. Ak fázová rýchlosť vlnenia je v , tak do bodu A sa vlnenie dostane za dobu

$\Delta t = \frac{x}{v}$, kde x je vzdialenosť bodu A od zdroja Z .



Okamžitá výchylka bodu A v čase t bude rovnaká, ako okamžitá výchylka zdroja Z v čase $t - \Delta t$, teda

$$y = y_m \sin \omega(t - \Delta t) = y_m \sin \omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

Po dosadení $\omega = \frac{2\pi}{T}$ dostaneme

$$y(x, t) = y_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

čo je **rovnica postupného harmonického vlnenia** v rade bodov. Na rozdiel od kmitavého pohybu je okamžitá výchylka funkciou dvoch premenných x a t . Rovnica opisuje priečne aj pozdĺžne harmonické vlnenie. Veličina

$$\varphi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

sa nazýva **fáza vlnenia**.

Rozdiel medzi kmitaním a vlnením: veličiny, ktorými opisujeme kmitanie, sú len funkciami času; veličiny vlnenia sú funkciami času aj miesta.

Príklad:

Napíšte rovnicu postupného harmonického vlnenia s frekvenciou 500Hz a amplitúdou výchylky 1mm , ktoré postupuje rýchlosťou 5m.s^{-1} v smere kladnej osi x . Určte okamžitú výchylku bodu vo vzdialenosti $0,122\text{m}$ od zdroja v čase $0,025\text{s}$.

Riešenie:

$$f = 500\text{Hz}, y_m = 1\text{mm} = 0,001\text{m}, v = 5\text{m.s}^{-1}, x = 0,122\text{m}, t = 0,025\text{s}, y = ???\text{m}$$

Pre periódu a vlnovú dĺžku platí:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{500\text{Hz}} = 0,002\text{s}, \lambda = v.T = 0,01\text{m}$$

Potom rovnica vlnenia bude:

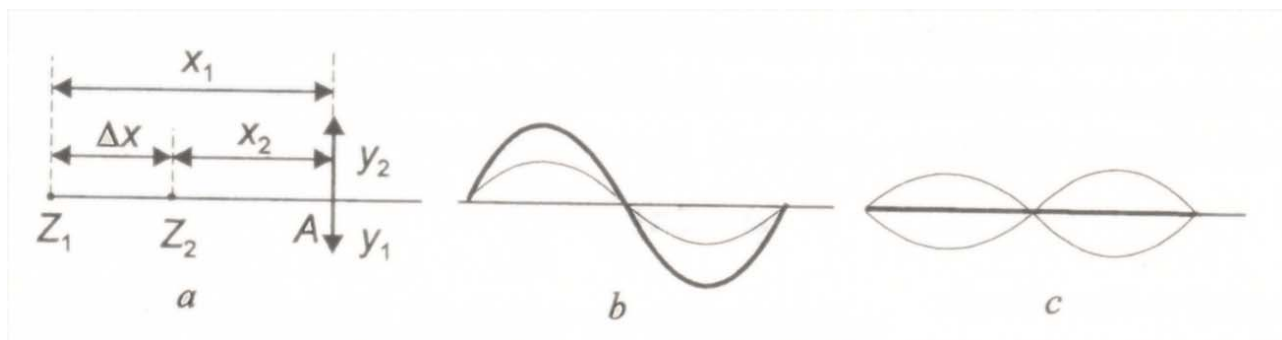
$$y(x, t) = 0,001 \sin 2\pi \left(\frac{t}{0,002} - \frac{x}{0,01} \right) \text{m} = 0,001 \sin(500t - 100x) \text{m}$$

Pre okamžitú výchylku platí:

$$y(0,122; 0,025) = 0,001 \sin 2\pi(500 \cdot 0,025 - 100 \cdot 0,122) \text{m} \doteq 0,00095\text{m}$$

1.2.3 Interferencia vlnení

V pružnom prostredí môže súčasne postupovať viac vlnení z rôznych zdrojov. Ak sa dve alebo viac vlnení dostane do toho istého bodu prostredia, bod bude konať zložený kmitavý pohyb. **Interferencia vlnení** je skladanie dvoch alebo viacerých vlnení tak, že okamžitá výchylka každého bodu, do ktorého sa vlnenia dostali, sa rovná vektorovému súčtu okamžitých výchyliek jednotlivých vlnení.



Interferencia vlnení je jav pomerne komplikovaný, preto sa budeme zaoberať iba interferenciou dvoch vlnení rovnakej amplitúdy a frekvencie v rade bodov s rovnobežnými smermi kmitov.

Majme dva zdroje vlnenia, ktoré ležia v jednej priamke a kmitajú s rovnakou začiatočnou fázou, pre postupujúce vlny platí:

$$y_1 = y_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right)$$

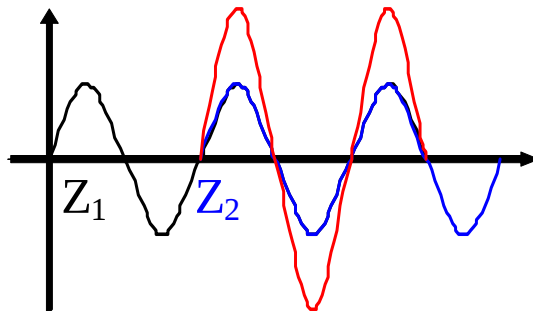
$$y_2 = y_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right)$$

Výsledné vlnenie je dané súčtom oboch rovníc:

$$y = y_1 + y_2 = y_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) + y_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) \Rightarrow$$

$$y = y_m \sin \frac{2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} + \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right)}{2} \cos \frac{2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} - \frac{t}{T} + \frac{x_2}{\lambda} \right)}{2}$$

$$y = \underbrace{2y_m \cos \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda}}_{Y_m - \text{výsledná amplitúda}} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda} \right)$$



Maximálne zosilnenie vlnenia nastane vtedy, keď nová amplitúda Y_m , bude dosahovať maximálnu hodnotu, a to je:

$$\cos \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = \pm 1 \Leftrightarrow \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = k\pi \Rightarrow x_1 - x_2 = k\lambda$$

Maximálne zosilnenie nastáva, ak dráhový rozdiel (vzdialenosť zdrojov, v týchto bodoch majú vlnenia rovnakú fázu) je celočíselným násobkom vlnovej dĺžky λ . Hovoríme, že vlnenia sú vo fáze.

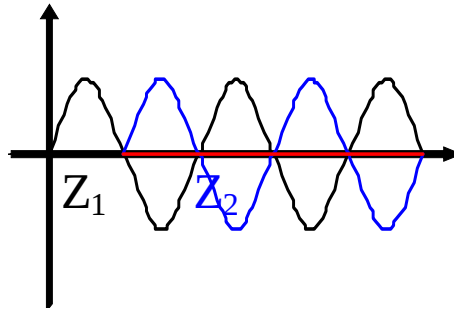
Keď amplitúdy nie sú rovnaké, výsledná amplitúda sa rovná ich súčtu $y_m = y_{m1} + y_{m2}$.

Zoslabenie vlnenia nastane vtedy, keď nová amplitúda Y_m nadobudne nulovú hodnotu:

$$\cos \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = 0 \Leftrightarrow \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = \frac{\pi}{2} (2k + 1) \Rightarrow x_1 - x_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

Vlnenie sa interferenciou ruší, ak dráhový rozdiel sa rovná nepárnemu násobku polvln.

Keď amplitúdy nie sú rovnaké, výsledná amplitúda sa rovná absolútnej hodnote rozdielu amplitúd zložiek $y_m = |y_{m1} - y_{m2}|$



Hovoríme, že vlnenia sú v opačnej fáze.

Interferencia je charakteristický jav pre každé vlnenie. Často je kritériom pri rozhodovaní o tom, či istý fyzikálny jav má alebo nemá vlnovú povahu.

Príklad:

Dva zdroje priečnych vlnení, ktoré postupujú radom bodov, sú vzdialené 15cm a kmitajú podľa rovnice $y(t) = 0,05\sin 20\pi t$ m. Aká bude amplitúda výsledného vlnenia vzniknutého interferenciou, ak fázová rýchlosť vlnení je 2m.s^{-1} ?

Riešenie:

$$\Delta x = 15\text{cm} = 0,15\text{m}, \quad v = 2\text{m.s}^{-1}, \quad y_m = 0,05\text{m}, \quad T = 0,1\text{s}, \quad Y = ???\text{m}$$

$$Y = \left| 2y_m \cos \pi \frac{\Delta x}{\lambda} \right| = \left| 2 \cdot 0,05 \cdot \cos \pi \frac{0,15}{0,2} \right| \text{m} = 0,071\text{m}$$

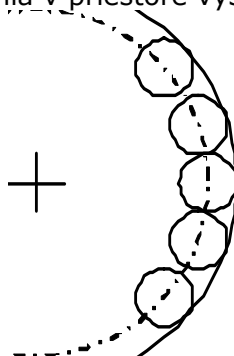
Amplitúda vlnenia bude $0,071\text{m}$.

1.2.4 Šírenie vlnenia v priestore

V priestore vlnenie postupuje od zdroja všetkými smermi. Množina všetkých bodov prostredia, do ktorých sa vlnenie dostane v tom istom čase, sa nazýva **vlnoplocha**. Všetky body vlnoplochy kmitajú s rovnakou fázou. Vlnoplocha v danom časovom okamihu najvzdialenejšia od zdroja sa nazýva **čelo vlnenia**. Myslená čiara, po ktorej postupuje energia vlnenia, sa nazýva **lúč**.

V homogénnom izotropnom prostredí (izotropné prostredie – prostredie, v ktorom sa vlna šíri všetkými smermi rovnakou rýchlosťou) je fázová rýchlosť vo všetkých bodoch a vo všetkých smeroch rovnaká, preto vlnoplochy vlnenia bodového zdroja sú guľové plochy so stredom v zdroji. V izotropnom prostredí je lúč kolmice na vlnoplochu. V anizotropnom prostredí majú vlnoplochy iný tvar. Vlnenie, ktorého vlnoplochy sú rovinné, sa nazýva rovinné **vlnenie**.

Šírenie vlnenia v priestore skúmal holandský fyzik Christian Huygens (druhá polovica 17. storočia). O mechanizme šírenia vlnenia v priestore vyslovil v roku 1687 **Huygensov princíp**:



Každý bod prostredia, do ktorého sa dostalo vlnenie, je zdrojom elementárneho vlnenia, ktoré sa šíri elementárnymi guľovými vlnoplochami. Ak poznáme vlnoplochu v istom čase t , tak vlnoplochu v čase $t + \Delta t$ zostrojíme ako vonkajšiu obálku elementárnych vlnoplôch.

Huygens vychádzal z predpokladu, že elementárne vlnenia sa interferenciou zosilňujú iba v mieste vonkajšej obálky, kým v iných smeroch sa rušia. Správnosť tohoto predpokladu dokázal francúzsky fyzik Augustin Jean Fresnel (začiatok 19. stor.). Význam Huygensovho princípu je v tom, že umožňuje konštruovať vlnoplochu v istom čase, ak je známa vlnoplocha v niektorom predchádzajúcom čase bez toho, aby sme poznali zdroj vlnenia.

Huygens zistil, že ak zabránime vlneniu v postupe prekážkou a necháme v prekážke len malú dieru, táto diera sa bude správať ako nový zdroj vlnenia – vlna sa od nej bude šíriť všetkými smermi. Význam Huygensovho princípu spočíva v tom, že ak máme vlnoplochu a chceme zostrojiť ďalšiu, zostrojíme len malé kružnice okolo každého bodu vlnoplochy – elementárne vlnoplochy; a nová vlnoplocha potom bude obalovou vrstvou týchto malých vlnoplôch.

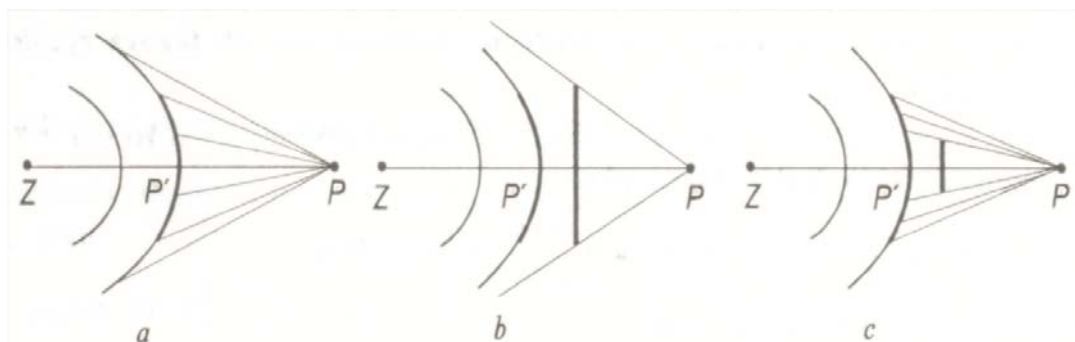
1.2.5 Ohyb vlnenia, tieň

Ohyb (difrakcia) vlnenia je jav spočívajúci v tom, že pri prechode vlnenia v blízkosti prekážky preniká vlnenie aj do oblasti geometrického tieňa prekážky.

Ohyb vlnenia nastane, ak vlneniu položíme do cesty veľkú prekážku s otvorom. Za otvorom sa vlnenie nebude šíriť priamočiarno, ale bude sa šíriť širšie ako by sme predpokladali (príčinou je Huygensov princíp). Nastal ohyb vlnenia. Ohyb vlnenia je tým výraznejší, čím je vlnová dĺžka vlnenia väčšia a otvor menší.

Analogickým javom je tieň, ktorý vznikne, ak vlneniu do cesty položíme malú prekážku. Vlnenie sa bude šíriť aj v geometrickom tieni. Jav je tým výraznejší, čím je vlnová dĺžka väčšia a čím je prekážka menšia.

Tieto javy sú o to menej výrazné, čím je vlnová dĺžka vlnenia menšia.

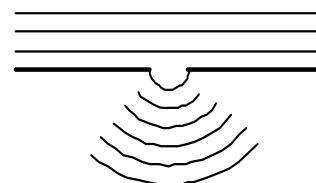


Vlnenie v bode P (obr. a) je podľa Huygensovho princípu výsledkom interferencie elementárnych vlnení, ktorých zdrojmi sú body vlnoplochy.

Fresnel ukázal, že pre vlnenie v bode P je podstatná iba malá časť vlnoplochy okolo bodu P' , ktorá sa nazýva **účinná plocha**. Jej rozmery sú porovnateľné s vlnovou dĺžkou vlnenia. Ak rozmery prekážky sú oveľa väčšie ako vlnová dĺžka vlnenia, prekážka „zakryje“ účinnú plochu (obr. b), preto vlnenie za prekážkou bude zanedbateľné. Ak rozmery prekážky sú porovnateľné s vlnovou dĺžkou (obr. c), vlnenie sa za prekážku dostane. Z uvedeného vyplýva: **Ohyb vlnenia nastáva pri prechode okolo každej prekážky, ale pozorovateľný je iba vtedy, keď rozmery prekážky sú porovnateľné s vlnovou dĺžkou vlnenia.**

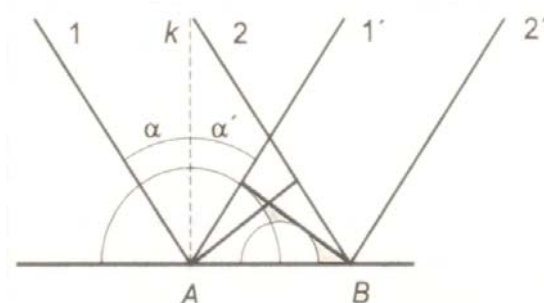
Ak rozmery prekážky sú oveľa väčšie ako vlnová dĺžka vlnenia, ohyb vlnenia môžeme zanedbať a môžeme predpokladať, že vlnenie sa šíri priamočiarno.

Ohyb vlnenia nastáva pri prechode vlnenia malým otvorom v prekážke (otvor musí byť porovnateľný s vlnovou dĺžkou vlnenia); vlnenie sa šíri aj za prekážkou. Keď má prekážka oveľa väčší rozmer, ako je vlnová dĺžka vlnenia, vzniká za prekážkou **tieň**.



1.2.6 Odraz vlnenia

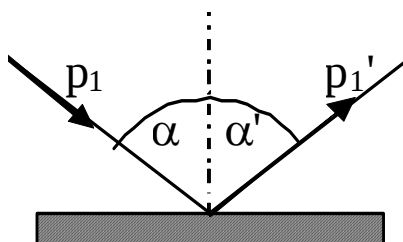
Odraz (reflexia) vlnenia je jav spočívajúci v tom, že pri dopade vlnenia na rozhranie dvoch prostredí sa časť vlnenia vráti do pôvodného prostredia.



Na obrázku je znázornený odraz rovinného vlnenia na rovinnom rozhraní. Uhol dopadajúceho (odrazeného) lúča a kolmice dopadu k je uhol dopadu (odrazu). Rovina určená dopadajúcim lúčom a kolmicou dopadu je rovina dopadu. Z konštrukcie na obrázku vyplýva:

$$\alpha = \alpha'$$

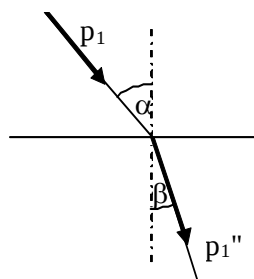
teda platí **zákon odrazu: Uhol odrazu sa rovná uhlu dopadu a odrazený lúč ostáva v rovine dopadu.**



Uhol dopadu je medzi kolmicou dopadu a dopadajúcim lúčom; uhol odrazu je medzi kolmicou dopadu a odrazeným lúčom. Rovina určená lúčom dopadajúceho vlnenia a kolmicou na rozhranie sa nazýva rovina dopadu. Odrazený lúč leží v rovine dopadu

1.2.7 Lom vlnenia

Lom (refrakcia) vlnenia je jav spočívajúci v tom, že pri dopade vlnenia na rozhranie dvoch prostredí časť vlnenia prejde do druhého prostredia, pričom sa zmení smer postupu vlnenia.



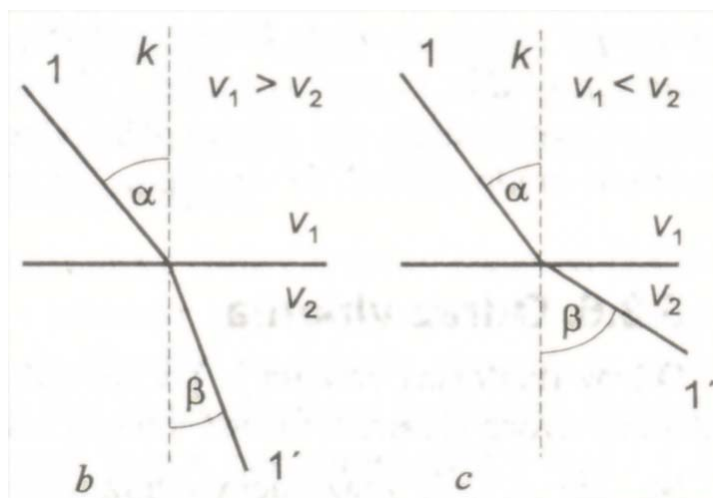
Zákon lomu vlnenia (Snellov zákon lomu) hovorí: pomer sínusu uhla dopadu k sínusu uhla lomu je pre dve dané prostredia stála veličina a rovná sa pomeru fázových rýchlostí v oboch prostrediach. Nazýva sa index lomu vlnenia n pre dané prostredie

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n$$

kde α je uhol dopadu, β je uhol lomu, v_1 a v_2 sú fázové rýchlosti vlnení. Vzťah je matematickou formuláciou zákona lomu vlnenia.

Lomený lúč zostáva v rovine dopadu.

Podiel $\frac{v_1}{v_2} = n$ sa nazýva index lomu daných dvoch prostredí. Zo zákona vyplýva:



1. Ak $v_1 > v_2$, tak $\alpha > \beta$ - nasáva lom od kolmice (na obr. b).
2. Ak $v_2 > v_1$, tak $\beta > \alpha$ - nasáva lom ku kolmici (na obr. c). V tomto prípade existuje taká hodnota uhla dopadu α_m , ktorej zodpovedá uhol lomu $\beta = 90^\circ$. Potom $\sin \alpha_m = \frac{v_1}{v_2} = n$. Uhol dopadu α_m sa nazýva **medzný uhol**. Po jeho prekročení vlnenie neprechádza do druhého prostredia – nastáva **úplny (totálny) odraz** vlnenia.

Príklad:

Na rovinné rozhranie vody a skla dopadá z vody rovinné vlnenie pod uhlom 10° . Uhol lomu je 37° . Aká je rýchlosť vlnenia v skle, ak rýchlosť vo vode je 1440 m.s^{-1} ?

Riešenie:

$$\alpha = 10^\circ, \beta = 37^\circ, v_1 = 1440 \text{ m.s}^{-1}, v_2 = ???$$

Podľa zákona lomu $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$, odkiaľ $v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$. Potom $v_2 = 1440 \cdot \frac{\sin 37^\circ}{\sin 10^\circ} = 4990 \text{ m.s}^{-1}$.

Rýchlosť vlnenia v skle je $4990 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Úlohy:

1. Určte frekvenciu vlnenia s vlnovou dĺžkou $1,5 \text{ m}$, ktoré postupuje fázovou rýchlosťou $4500 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
2. Napíšte rovnicu postupného vlnenia s frekvenciou 400 Hz a amplitúdou $0,10 \text{ m}$, ktoré postupuje fázovou rýchlosťou $400 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ v smere: A. kladnej osi, B. zápornej osi x .
3. Určte amplitúdu, frekvenciu, periódu, vlnovú dĺžku a fázovú rýchlosť vlnenia s rovnicou $y = 0,4 \cdot \sin 2\pi(4t - 5x) \text{ m}$.

4. Vlnenie s frekvenciou 8Hz postupuje fázovou rýchlosťou 20m.s^{-1} . Aký je fázový rozdiel bodov vzdialených 50cm ?
5. Pod akým najväčším uhlom môže dopadať vlnenie zo vzduchu na rozhranie s vodou, aby sa dostalo do vody ? Rýchlosť vlnenia vo vzduchu je 340m.s^{-1} , vo vode 1440m.s^{-1} .
6. Aký najväčší môže byť uhol dopadu, aby sa vlnenie dostalo do druhého prostredia, ak index lomu je $0,5$?
7. Vlnenie s frekvenciou 400Hz prechádza zo vzduchu do vody. Ako sa zmení jeho vlnová dĺžka ? Fázová rýchlosť vlnenia vo vzduchu je 340m.s^{-1} , vo vode 1440m.s^{-1} .