

Meno a priezvisko:

Škola:

Bilingválne gymnázium C. S. Lewisa, Beňadická 38, Bratislava

Predmet:

Fyzika

Školský rok/blok:

/

Skupina:

Trieda:

Dátum:

Teória

Špeciálna teória relativity (ŠTR)

6 Klasické a relativistické predstavy o priestore a čase

1.6.3 Relativistická kinematika

Relativistická kinematika je súčasťou špeciálnej teórie relativity a opisuje pohyby fyzikálnych objektov vzhľadom na pohybujúce sa inerciálne vzťažné sústavy pre akékoľvek rýchlosti menšie alebo rovnajúce sa rýchlosti svetla.

Najdôležitejšími výsledkami relativistickej kinematiky sú:

- relativnosť súčasnosti,
- dilatácia času (relativistické spomalenie chodu hodín),
- kontrakcia dĺžky (relativistické skladania dĺžky),
- relativistické skladanie rýchlostí.

Relativita alebo **relativnosť** z hľadiska špeciálnej teórie relativity znamená, že napríklad dĺžka fyzikálneho objektu, jeho hmotnosť a čas v objekte, ktorý sa vzhľadom na Zem pohybuje veľkou rýchlosťou, môžu byť iné z pohľadu pozorovateľa nachádzajúceho sa v tomto objekte a iné z pohľadu pozorovateľa na Zemi.

1.6.4 Relativnosť súčasnosti

Klasická fyzika hovorí, že dve súčasné udalosti, ktoré sa stali na rôznych miestach inerciálnej vzťažnej sústavy K' , sú súčasné v akejkoľvek sústave K . Ak sa však sústava K' vzhľadom na sústavu K pohybuje rýchlosťou $v \rightarrow c$, absolútnosť súčasnosti už neplatí.

Z princípu stálej rýchlosti svetla plynie **relativnosť súčasnosti**: Dve súčasné udalosti, ktoré nastali na rôznych miestach zvolenej inerciálnej vzťažnej sústavy, obecné nie sú súčasné v inej inerciálnej vzťažnej sústave. Znamená to, že ak sú dve udalosti súčasné pre jedného pozorovateľa, nemusia byť súčasné pre iného pozorovateľa. Súčasnosť dvoch nesúmiestnych udalostí je teda relatívna.

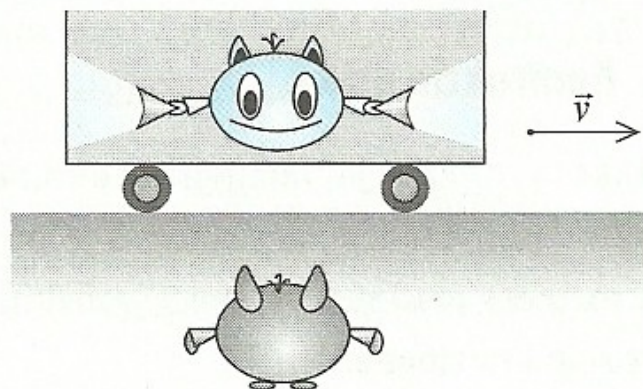
Absolútna súčasnosť dvoch udalostí, t.j. ak sú dve udalosti súčasné v jednej inerciálnej vzťažnej sústave, potom sú súčasné i vo všetkých ostatných inerciálnych sústavách, v relativistickej kinematike teda neplatí.

Súmiestne udalosti sú udalosti, ktoré sa stali v danej inerciálnej sústave na jednom mieste. **Nesúmiestne udalosti** sú udalosti, ktoré sa nastali na tom istom mieste.

Ak však dve súčasné udalosti nastali na jednom mieste danej inerciálnej sústavy, potom sú súčasné vo všetkých inerciálnych vzťažných sústavách.

Relativnosť súčasnosti

Vo vagóne vlaku, ktorý ide stálou rýchlosťou, stojí uprostred človek s dvomi baterkami, jednu má namierenú na stenu v smere jazdy, druhú na stenu proti smeru jazdy.



Obe baterky zároveň rozsvieti. Z jeho pohľadu dopadnú lúče svetla na steny súčasne (svetlo musí prejsť oboma smermi rovnakú vzdialenosť).

Z pohľadu vonkajšieho pozorovateľa, ktorý sa nepohybuje, však tieto dopady súčasné nie sú. Oba lúče sa vzhľadom k nemu pohybujú opäť rovnakou rýchlosťou, ale jednému z nich ide stena „naproti“, druhému lúču „uteká“. Udalosti pre vonkajšieho pozorovateľa nie sú súčasné.

1.6.5 Dilatácia (predlžovanie) času

Dilatácia času je relativistické spomalenie chodu hodín, ktoré sa vzhľadom na pozorovateľa pohybujú.

Pozorovateľ P pozoruje určitý dej vo vzťažnej sústave S' , ktorá sa vzhľadom na sústavu S pohybuje rýchlosťou $\vec{v}$. Pozorovateľ P nameria dobu trvania tohoto deja Δt . Pozorovateľ P' nechádzajúci sa v sústave S' nameria dobu trvania tohoto deja $\Delta t'$. Pre namerané doby platí $\Delta t' < \Delta t$ a ďalej vzťah:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \text{ kde } c \text{ je veľkosť rýchlosti svetla.}$$

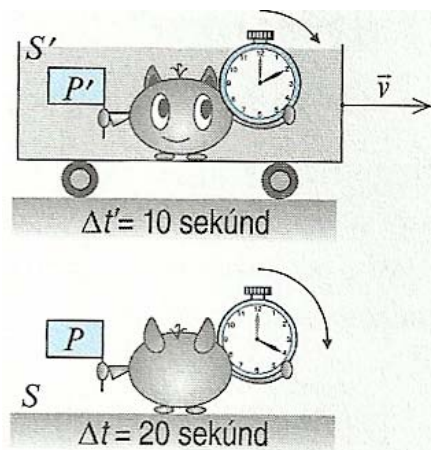
Dilatácia času znamená, že časový interval Δt medzi dvomi nesúmiestnymi udalosťami je vždy dlhší než časový interval $\Delta t'$ medzi týmito časovými udalosťami meraný pozorovateľom, pre ktorého sú obe udalosti súmiestne. Z hľadiska pozorovateľa P sú tieto udalosti „vyslanie svetelného signálu“ a „príjem svetelného signálu“ nesúmiestne, z hľadiska pozorovateľa P' sú tieto udalosti súmiestne.

Dilatácia času bola v roku 1971 overená pomocou atómových hodín, ktoré sa nachádzali na palube lietadla letiaceho okolo Zeme a vzhľadom na hodiny na Zemi sa oneskorili o 203 ns ($0,000000203\text{ s}$).

Pre rýchlosti omnoho menšie, než je rýchlosť svetla c , je $t \doteq t'$, čiže v klasickej (newtonovskej) mechanike, kde pracujeme s malými rýchlosťami, môžeme predpokladať, že čas plynie vo všetkých inerciálnych sústavách rovnako.

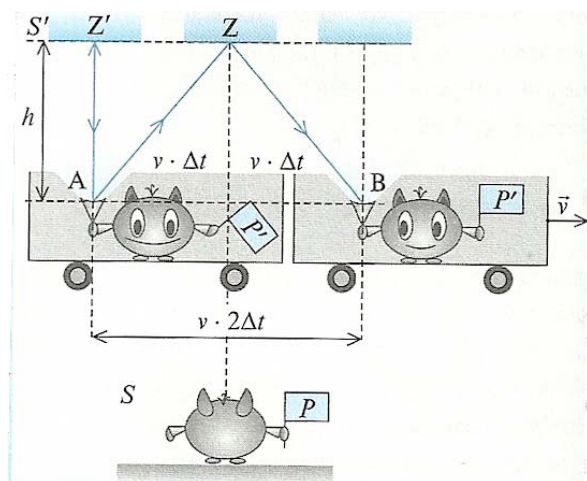
Doba trvania deja je najmenšia v tej inerciálnej vzťažnej sústave, vzhľadom na ktorú je miesto deja v pokoji (**vlastný čas deja**). V každej inej inerciálnej vzťažnej sústave je doba trvania deja väčšia. Tento jav sa nazýva **dilatácia času**.

Dilatácia času



Hodiny pohybujúce sa vzhľadom na stojaceho pozorovateľa P idú z jeho pohľadu pomalšie než hodiny, ktoré sú vzhľadom na tohoto pozorovateľa v pokoji.

Odvozenie vzťahu pre dilatáciu času

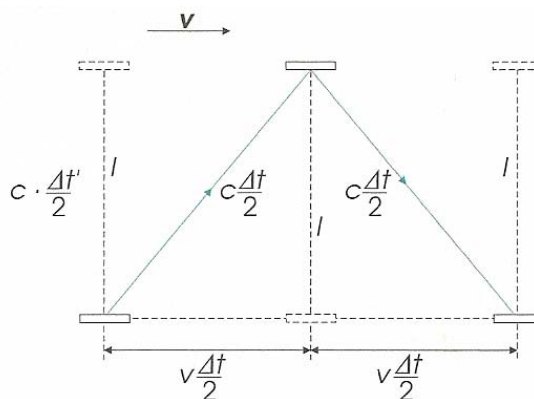


Sústava S' sa pohybuje rýchlosťou $\vec{v}$. Pozorovateľ P' vyšle svetelný signál kolmo na smer pohybu, ktorý sa odrazí od zrkadla a vráti sa za čas $2\Delta t' = \frac{2h}{c}$, z čoho plynie $c\Delta t' = h$.

Z hľadiska pozorovateľa P , vzhľadom na ktorého sa sústava S' pohybuje, prejde svetelný signál dráhu AZB , ktorá sa rovná $2\sqrt{h^2 + (v\Delta t)^2}$, kde čas nameraný pozorovateľom P je $2\Delta t$. Pretože aj v jeho sústave sa svetlo pohybuje rýchlosťou c , platí $c\Delta t = 2\sqrt{h^2 + (v\Delta t)^2}$. Dosadením za h

získame vzťah $c\Delta t = \sqrt{(c\Delta t')^2 + (v\Delta t)^2}$ z čoho po

matematickej úprave získame vzťah pre dilatáciu času $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.



Príklad:

Raketa sa vzdáľuje od slnečnej sústavy rýchlosťou $0,9c$. Ako dlho trvá pozorovateľovi v rakete jeden obchod Zeme okolo Slnka?

Riešenie:

Sústava spojená so Slnkom je S a sústava spojená s raketou S' . Potom pre pozorovateľa v rakete doba obehu Zeme okolo Slnka bude $\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Po dosadení

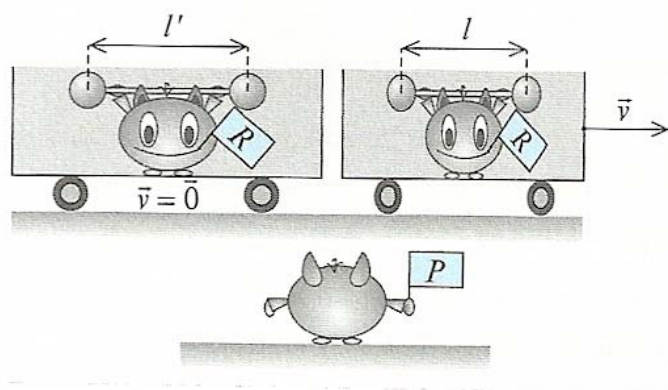
$$\Delta t' = \frac{1 \text{ rok}}{\sqrt{1 - 0,9^2}} \doteq 2,3 \text{ roka}$$

Pozorovateľovi v rakete trvá jeden obchod Zeme okolo Slnka asi 2,3 roka.

1.6.6 Kontrakcia (skracovanie) dĺžky

Kontrakcia dĺžky je relativistické skrátenie dĺžky predmetu v pohybujúcej sa sústave a je pozorovateľné iba pre rozmery predmetu v smere pohybu, ostatné rozmery sú nezmenené.

Ak l' je dĺžka tyče meraná pozorovateľom R , vzhľadom na ktorého je tyč v pokoji, a



l je dĺžka meraná pozorovateľom P , vzhľadom na ktorého sa tyč pohybuje, potom platí $l < l'$ a veľkosť skráteneia je daná vzťahom: $l = l' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, kde v je veľkosť rýchlosti pohybujúcej sa sústavy, c je rýchlosť svetla.

Pre rýchlosti $v \ll c$ platí $l \doteq l'$, čiže v klasickej (newtonovskej) mechanike, kde pracujeme s malými rýchlosťami, môžeme predpokladať, že rozmery fyzikálnych objektov sú vo všetkých inerciálnych sústavách rovnaké.

Príklad:

Vzdialenosť hviezdy od Zeme je l . Akú vzdialenosť zistí pozorovateľ v rakete, ktorá letí zo Zeme k hviezde rýchlosťou $0,8c$ vzhľadom na Zem?

Riešenie:

$$v = 0,8c; l' = ???$$

Sústava spojená so Zemou je S , sústava S' spojená s raketou sa vzhľadom na ňu pohybuje rýchlosťou v , preto pre pozorovateľa v rakete platí $l' = l \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Po dosadení

$$l' = l \sqrt{1 - 0,8^2} = 0,6l$$

Pozorovateľ v rakete zistí vzdialenosť $0,6l$.

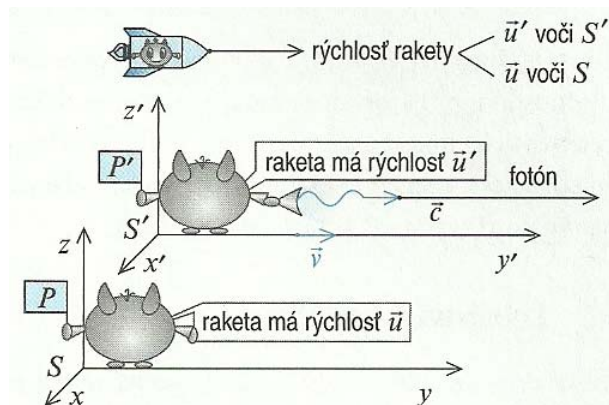
1.6.7 Relativistické skladanie rýchlostí

Inerciálna vzťažná sústava S' sa pohybuje rýchlosťou $\vec{v}$ (tzv. unášavou rýchlosťou) voči inej sústave S . Teleso alebo elementárna častica sa pohybuje rýchlosťou $\vec{u}'$ vzhľadom na sústavu S' a rýchlosťou $\vec{u}$ vzhľadom na sústavu S . Ak sú rýchlosti $\vec{v}$, $\vec{u}$ a $\vec{u}'$ rovnobežné, platí pre

ich veľkosti **Einsteinov vzorec**: $u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$

Einsteinov vzorec pre relativistické skladanie rýchlostí platí nielen pre hmotné telesá a častice, ale aj pre fotóny a bol mnohokrát experimentálne overený; napríklad pri rozpade elementárnych častíc letiacich rýchlosťami blízкими rýchlosti svetla.

Pokiaľ je veľkosť rýchlosti v pohybujúcej sa sústavy S' a veľkosť rýchlosti telesa u' voči tejto sústave omnoho menšia než rýchlosť svetla ($v \ll c, u' \ll c$), prechádza relativistický Einsteinov vzorec do vzťahu platného v klasickej fyzike, t.j. $u = u' + v$. Platnosť klasickej (newtonovskej) fyziky je obmedzená len na prípady telies pohybujúcich sa malými rýchlosťami v porovnaní s rýchlosťou svetla.



Relativistické skladanie rýchlostí - príklad

Ak vyššie pozorovateľ P' svetelný signál (fotón) s rýchlosťou c , jeho rýchlosť vzhľadom na pozorovateľa P bude mať tiež veľkosť c . Presvedčíme sa o tom dosadením do Einsteinovho

$$\text{vzorca za } u' = c: u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} = \frac{c + v}{1 + \frac{cv}{c^2}} = \frac{c + v}{\frac{c(c + v)}{c^2}} = c$$

Poznámka: Svetelný rok (ly alebo l.y. = light year) je jednotka dĺžky používaná pre kozmické vzdialenosti. Je to vzdialenosť, ktorú prejde svetlo za jeden rok (365 dní, 5 hodín, 48 minút, 45,7 sekundy), $ly = 9,460528 \cdot 10^{15} m$. Priemer našej galaxie je $9,8 \cdot 10^4 ly$.

Príklad:

Predpokladajme, že kozmická loď letí zo Zeme do centra našej Galaxie podsvetelnou rýchlosťou $v = 0,999999c$. O koľko rokov zostarnú astronauti, než sa dostanú do cieľa svojej cesty?

Riešenie:

Centrum našej Galaxie je vzdialené približne $2,7 \cdot 10^4 ly$, t.j. 27000 svetelných rokov. Cesta kozmickej lode bude trvať $0,999999^{-1} \cdot 27000 = 27000,03 \text{ rokov}$, merané hodinami na Zemi. Teda $\Delta t \doteq 27000 \text{ rokov}$.

Hodiny na kozmickej lodi namerajú čas $\Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,999999)^2 \cdot c^2}{c^2}}$, kde $\Delta t \doteq 27000 \text{ rokov}$.

$\Delta t' = 27000 \cdot \sqrt{1 - (0,999999)^2} = 27000 \cdot \sqrt{1 - 0,999998} = 27000 \cdot \sqrt{0,000002} = 27000 \cdot 0,00141 = 38,07$
Kozmonauti zostarnú približne o 38 rokov.

Príklad:

Kozmická loď má na Zemi dĺžku $100m$. Pri svojej ceste do stredu Galaxie letí okolo hviezdy Vega rýchlosťou $v = 0,999999c$. Akú dĺžku kozmickej lode by nameral hypotetický pozorovateľ vo vzťažnej sústave Vegy?

Riešenie:

$l' = 100m$, $l = ???$

$$l = l' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow l = l' \sqrt{1 - \frac{(0,999999)^2 \cdot c^2}{c^2}} = l' \sqrt{1 - (0,999999)^2} = 100 \cdot 0,00141 = 0,141m = 14,1cm$$

Hypotetický pozorovateľ vo vzťažnej sústave Vegy, voči ktorej letí kozmická loď rýchlosťou $v = 0,999999c$, by nameral dĺžku lode $14,1cm$.

Príklad:

Zo zdroja elektrónov vyletia v opačných smeroch dva elektróny. Každý elektrón má rýchlosť $v_1 = v_2 = 0,8c$ voči tomuto delu. Aká je ich relatívna rýchlosť?

Riešenie:

Rozbor:

$$v_1 = 0,8c, \quad v_2 = 0,8c, \quad w = ?$$

$$w = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2}}$$

$$w = \frac{2 \cdot 0,8c}{1 + \frac{0,8c \cdot 0,8c}{c^2}} = \frac{1,6c^3}{c^2 + 0,64c^2} = \frac{1,6c^3}{1,64c^2} = 0,976c$$

$$w = 0,976c$$

Relatívna rýchlosť elektrónov je $w = 0,976c$.

Príklad:

Častica α vyletela z laboratórneho urýchľovača rýchlosťou v a pohybovala sa rovnomerne priamočiari. Trubicou o dĺžke 12cm preletela za čas 10ns. Akú dĺžku má trubica vo vzťažnej sústave spojennej s časticou α ?

Riešenie:

Rozbor:

$$s = 12\text{cm} = 0,12\text{m}, \quad t = 10\text{ns} = 10^{-9}\text{s}, \quad l = ?$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$v = \frac{0,12\text{m}}{10^{-9}\text{s}} = 0,12 \cdot 10^9 \text{m.s}^{-1}$$

$$v = 1,2 \cdot 10^8 \text{m.s}^{-1}$$

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

$$l = 0,12\text{m} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1,2 \cdot 10^8 \text{m.s}^{-1}}{3 \cdot 10^8 \text{m.s}^{-1}}\right)^2} = 0,12\text{m} \cdot \sqrt{1 - 0,4^2} = 0,12\text{m} \cdot \sqrt{1 - 0,16}$$

$$l = 0,12\text{m} \cdot \sqrt{0,84} = 0,12\text{m} \cdot 0,9165 = 0,11\text{m} = 11\text{cm}$$

$$l = 11\text{cm}$$

Dĺžka trubice urýchľovača sa zmenšila na 11cm.

Príklad:

Z urýchľovača vyletuje zväzok π mezónov rýchlosťou $v = 0,8c$. Polčas rozpadu π mezónov je $t_0 = 1,8 \cdot 10^{-8}\text{s}$. Vypočítajte za akú dobu sa rozpadne polovica mezónov a ako veľkú dráhu preletia, než sa rozpadnú.

Riešenie:

Rozbor:

$$v = 0,8c, \quad t_0 = 1,8 \cdot 10^{-8}\text{s}, \quad t = ?, \quad s = ?$$

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$t = \frac{1,8 \cdot 10^{-8}\text{s}}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,8c}{c}\right)^2}} = \frac{1,8 \cdot 10^{-8}\text{s}}{\sqrt{1 - 0,8^2}} = \frac{1,8 \cdot 10^{-8}\text{s}}{\sqrt{0,36}} = \frac{1,8 \cdot 10^{-8}\text{s}}{0,6} = 3 \cdot 10^{-8}\text{s}$$

$$t = 3 \cdot 10^{-8}\text{s}$$

$$s = v \cdot t$$

$$s = 0,8 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{m.s}^{-1} \cdot 3 \cdot 10^{-8}\text{s} = 7,2\text{m}$$

$$s = 7,2\text{m}$$

Polovica mezónov sa rozpadne za $t = 3 \cdot 10^{-8}\text{s}$. Pri tom preletia dráhu $s = 7,2\text{m}$.

(dokument nie je dokončený)