

Meno a priezvisko:

Škola:

Predmet:

Školský rok/blok:

Skupina:

Trieda:

Dátum:

Bilingválne gymnázium C. S. Lewisa, Beňadická 38, Bratislava

Fyzika

2008-2009 / D

Teória

Mechanika hmotného bodu

Dynamika hmotného bodu

Mechanika skúma najjednoduchšiu formu pohybu – mechanický pohyb. Pod mechanickým pohybom rozumieme zmenu polohy objektu v čase. Takým objektom môže byť hmotný bod, teleso, sústava bodov či telies, ale aj kvapalina, plyn a pod.

Mechanika sa delí na kinematiku a **dynamiku**. Kinematika skúma pohyb v priestore a čase, ale pritom si nevšíma príčiny, ktoré ho vyvolávajú. **Dynamika skúma pohyb v súvislosti s príčinami, ktoré ho spôsobujú. Využíva princíp príčinnosti (kauzality) – každý jav má svoju príčinu.**

Ústrednou veličinou dynamiky je **sila**. Silu považujeme za príčinu zmien pohybového stavu telies. **Sila opisuje veľkosť vzájomného silového pôsobenia telies a polí.** Z metodického hľadiska sa dynamika rozdeľuje na dynamiku hmotného bodu a na dynamiku sústavy hmotných bodov a telesa.

Výsledkom vzájomného silového pôsobenia telies môže byť **deformácia** týchto telies alebo **zmena ich pohybového stavu**.

Teleso, ktoré je od všetkých ostatných telies v dostatočnej vzdialenosti a nepôsobí naň žiadne pole, nazýva sa **izolované teleso**. Ak neprihliadame na rozmery telesa a zanedbáme ich, hovoríme a **izolovanom hmotnom bode**.

2. Dynamika hmotného bodu

Uloha a ciele: Po preštudovaní kapitoly by mal študent vedieť definovať základné veličiny dynamiky: hmotnosť, sila, hybnosť, práca, energia, výkon; vysloviť a matematicky sformulovať Newtonove pohybové zákony a vedieť ich aplikovať pre rôzne prípady pohybov hmotného bodu. Na základe týchto vedomostí študent by mal poznať vzájomné súvislosti medzi jednotlivými dynamickými veličinami a vedieť ich aplikovať pri rôznorodých fyzikálnych úlohách. Dôležitou súčasťou je, aby študent bol schopný získať schopnosť matematicky formulovať zvolený fyzikálny problém. Študent by mal vedieť zvážiť podmienky a všetky sily, ktoré v skúmanom systéme pôsobia a na základe správneho zostavenia pohybovej rovnice by mal vedieť riešiť fyzikálne úlohy, hľadajúce rýchlosť, zrýchlenie, dĺžku ubehnutej dráhy a výslednú silu pôsobiacu na hmotný bod.

2.1 Vzťažné sústavy

A. **Inerciálne vzťažné sústavy** sú vzťažné sústavy, v ktorých izolované hmotné body zostávajú v pokoji alebo v rovnomernom priamočiari pohybe (izolované hmotné body majú vlastnosť zotrvať v pokoji alebo v rovnomernom priamočiari pohybe). Zmenu pohybového stavu hmotných bodov môže v inerciálnej sústave spôsobiť len ich vzájomné pôsobenie s inými objektmi v rámci tejto sústavy.

Inerciálnu vzťažnú sústavu používame pre pohyby prebiehajúce na povrchu Zeme alebo v jej blízkosti, vzťažná sústava je spojená so zemským povrchom. Platí tu mechanický princíp relativity – Galileiho princíp relativity a Newtonove zákony. Zákony mechaniky sú rovnaké vo všetkých neinerciálnych sústavách. Rovnice, ktoré ich vyjadrujú majú rovnaký tvar.

Príklad: Ak cestujeme vlakom, ktorý sa pohybuje priamočiarym rovnomerným pohybom a nemáme možnosť vidieť von, nepozorujeme, či je daná sústava vzhľadom na povrch Zeme v klúde alebo v pohybe.

Všetky inerciálne vzťažné sústavy sú pre opis mechanických dejov rovnocenné.

- B. **Neinerciálne vzťažné sústavy** sú vzťažné sústavy, v ktorých zmena pohybového stavu hmotného bodu môže nastať bez vzájomného pôsobenia s inými objektmi (vzťažné sústavy, ktoré sa vzhľadom na niektorú inerciálnu vzťažnú sústavu pohybujú so zrýchlením). Izolované hmotné body v nich nezostávajú v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe. V neinerciálnej vzťažnej sústave neplatia Newtonove zákony.

Neinerciálna vzťažná sústava je taká sústava, ktorá sa vzhľadom k inej inerciálnej vzťažnej sústave pohybuje inak ako rovnomerne priamočiarno. Najjednoduchšia je tá, ktorá sa vzhľadom k inerciálnej vzťažnej sústave pohybuje rovnomerne zrýchleným priamočiarym pohybom s konštantným zrýchlením. V neinerciálnej vzťažnej sústave neplatia pohybové zákony.

Príklad: Ak cestujeme vlakom, ktorý sa pohybuje priamočiarym rovnomerne zrýchleným pohybom a nemáme možnosť vidieť von, pozorujeme, či je daná sústava vzhľadom na povrch Zeme v klúde alebo v pohybe pomocou jednoduchého mechanického pokusu (gulička na podlahe vagónu). Na guľičku pôsobí sila: $F_z = -m \cdot a$. Táto sila sa nazýva zotrvačná sila.

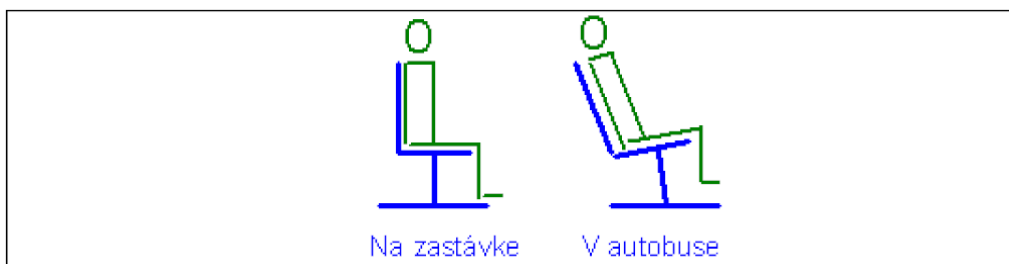
V neinerciálnych vzťažných sústavách nezostáva izolované teleso v klúde alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe. Na teleso v neinerciálnej vzťažnej sústave pôsobí zotrvačná sila $\vec{F}_z = -m \cdot \vec{a}$, vznikajúca ako dôsledok zrýchleného pohybu sústavy. Zotrvačné sily existujú len v neinerciálnych vzťažných sústavách.

Zotrvačná sila sa prejavuje pri rozbiehaní alebo zastavovaní vlaku. Ten má voči Zemi zrýchlenie $\vec{a}$. Pri rozbiehaní vlaku sa bude guľička pohybovať dozadu vagónu a pri zastavovaní dopredu. Rovnako to budú pociťovať i cestujúci.

Sústava sa môže vzhľadom k Zemi pohybovať i rovnomerne zrýchlene v zvislom smere, napríklad kabína výťahu. Aj tu sa prejavuje pôsobenie zotrvačnej sily. Zrýchlenie smerom hore pri rozbehu nahor a brzdenie smerom nadol sa prejavuje úbytkom tiaže. Pri voľnom páde sa telesá vo výťahu ocitajú v stave beztiaže (na telesá pôsobí tiaž a zotrvačná sila, ktoré sa navzájom vyrušia).

Príklad:

Pri rozbiehaní dopravného prostriedku zrýchlením $\vec{a}$ cestujúci pociťuje, že do chrbta ho tlačí operadlo, pričom operadlo je počas rozbiehania mierne ohnuté. Za mieru sily pôsobiacej na cestujúceho môžeme považovať deformáciu operadla. Pozorovateľ tejto udalosti nachádzajúci sa v inerciálnej sústave (viazanej na autobusovú zastávku) vidí, že cestujúci sa pohybuje zrýchleným pohybom, čo si vysvetlí silou pôsobiacou na cestujúceho, pochádzajúcou z ohnutia operadla (keď si pravdaže odmyslíme autobus). Pozorovateľ viazaný na autobus, teda neinerciálnu sústavu, vidí, že cestujúci aj sedadlo sú v pokoji, jeho zrýchlenie je nulové, ale vidí, že operadlo je deformované. Preto usúdi, že na cestujúceho pôsobí sila, ktorá sa prenáša na operadlo, ale nepozná jej príčinu. Tá zodpovedá $-m \cdot \vec{a}$. Rovnako veľké, spätné pôsobenie operadla na cestujúceho, udržiava ho v neinerciálnej sústave v pokoji. V inerciálnej sústave skutočná sila, ktorej pôvod je v deformácii operadla, vyvolá zrýchlenie cestujúceho, v neinerciálnej je kompenzovaná zotrvačnou silou. Pritom zotrvačná sila nemá pôvod v niektorej z vyššie uvedených fyzikálnych interakcií.



Keby na zastávke bolo podobné sedadlo s cestujúcim, nebol by dôvod na ohnutie operadla, lebo je vzhľadom na inerciálnu sústavu v pokoji. Ale pozorovateľ z rozbiehajúceho sa vozidla vidí, že vzhľadom na jeho sústavu sa čakajúci cestujúci spolu so sedadlom pohybuje zrýchleným pohybom. Ani on nepozoruje, že by operadlo sedadla bolo deformované. Pozorovateľ z neinerciálnej sústavy musí zrýchlený pohyb čakajúceho cestujúceho a jeho stoličky vysvetliť pôsobením zotrvačných síl, pričom nepozoruje reakciu na tieto sily.

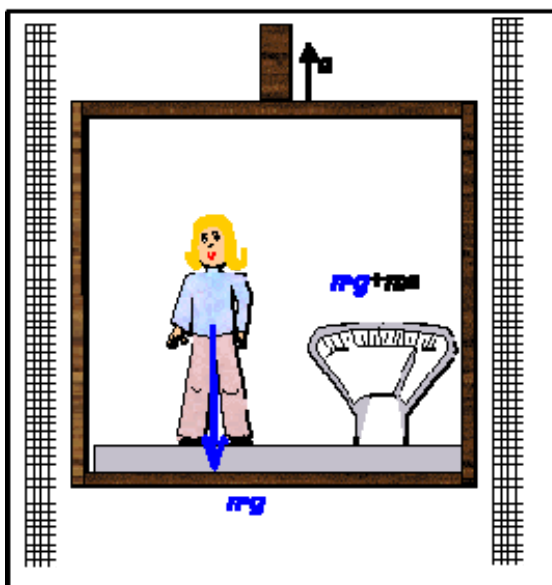
Zotrvačné sily, ktorým hovoríme aj **fiktívne sily**, nemajú reakciu.

Príklad:

Dievča s hmotnosťou m stojí na váhach, ktoré sú umiestnené v kabíne výťahu. Rozhodnite, či váha ukáže rovnakú výchylku, ak výťah

- je v klúde,
- rozbieha sa so zrýchlením smerom nahor,
- pohybuje sa so spomalením smerom nahor,
- pohybuje sa so zrýchlením smerom nadol,
- so spomalením smerom nadol.

Kedy bude dievča relatívne najspokojnejšie so svojou hmotnosťou, ak dbá o svoju štíhlu líniu?

**Riešenie**

a) Výťah v pokoji predstavuje inerciálny systém, v ktorom jedinou pôsobiacou silou je tiažová sila $\vec{G}(0,0,m \cdot g)$. Váhy v pokoji ukážu výchylku, zodpovedajúcu tiaži dievčaťa $G = m \cdot g$.

b) Ak sa výťah pohybuje so zrýchlením $\vec{a}$ smerom nahor, jedná sa o neinerciálny vzťažný systém. Musíme k skutočnej tiažovej sile $G = m \cdot g$ pripočítať sily zotrvačné. Počas pohybu výťahu so zrýchlením $\vec{a}$ vzniká dodatočná príťažlivá sila smerom opačným ako zrýchlenie, ktoré ju vyvolalo.

Pohybová rovnica vo vektorovom tvare pre neinerciálny systém bude $m\vec{a} = \vec{G} + \vec{F}_0$. Sila zotrvačnosti (dodatočná príťažlivá sila) a zemská príťažlivosť majú smer v jednej priamke.

V prípade pohybu výťahu so zrýchlením $\vec{a}$ smerom nahor, bude zotrvačná sila smerom nadol $\vec{F}_0(0,0,a)$. Vektorová pohybová rovnica prejde na skalárny tvar

$$m \cdot a' = m \cdot g + m \cdot a = m \cdot (g + a)$$

Váha ukáže väčšiu výchylku, zväčšenú práve o súčin $m \cdot a$.

c) V prípade pohybu so spomalením $\vec{a}$ smerom nahor, vektor zrýchlenia neinerciálnej sústavy má smer nadol, takže $\vec{F}_0(0,0,-m \cdot a)$, a pohybová rovnica prejde na tvar

$$m \cdot a' = m \cdot g - m \cdot a = m \cdot (g - a)$$

Váha ukáže menšiu výchylku práve o súčin $m \cdot a$ vzhľadom na výchylku váh v stave, keď výťah je v klúde.

d) V prípade keď sa výťah pohybuje so zrýchlením $\vec{a}$ smerom nadol, dodatočná príťažlivá sila zotrvačnosti má smer opačný t.j. $\vec{F}_0(0,0,-m \cdot a)$ a pohybová rovnica bude

$$m \cdot a' = m \cdot g - m \cdot a = m \cdot (g - a)$$

Váha ukáže opäť menšiu výchylku práve o súčin $m \cdot a$.

e) V prípade pohybu výťahu so spomalením $\vec{a}$ smerom nadol, vektor zrýchlenia neinerciálnej sústavy má smer nahor, takže dodatočná príťažlivá sila zotrvačnosti je $\vec{F}_0(0,0,m \cdot a)$. Pohybová rovnica má tvar

$$m \cdot a' = m \cdot g + m \cdot a = m \cdot (g + a)$$

Váha ukáže väčšiu výchylku odpovedajúcu práve súčinu $m \cdot a$.

Dievča, ktoré dbá o svoju štíhlu líniu, bude „relatívne“ najspokojnejšie so svojou hmotnosťou m , ak sa bude vážiť buď v brzdiacom výťahu smerom nahor resp. v rozbiehajúcom sa výťahu smerom nadol. V oboch prípadoch váhy ukážu menšiu hodnotu, ktorá od skutočnej tiaže $m \cdot g$ sa zmenší o dodatočnú tiaž $m \cdot a$. V týchto prípadoch všetky telesá, ktoré sú vo výťahu, akoby boli ľahšie. Čím väčšie je zrýchlenie výťahu, tým väčšia je strata tiaže.

2.1 Vzájomné pôsobenie telies

Telesá na seba vzájomne pôsobia silami. K tomuto pôsobaniu dôjde priamym dotykom alebo prostredníctvom silových polí. Pod priamym dotykom rozumieme pôsobenie nárazom alebo tlakom, pôsobenie polí je pôsobenie gravitácie, elektrického poľa alebo magnetického poľa. Gravitácia sa prejavuje pôsobením pri páde telies – telesá sa Zeme ani ničoho iného nedotýkajú, napriek tomu sú k Zemi priťahované. Pôsobenie síl môže mať za následok deformácie telies (deformačný účinok) alebo zmenu pohybového stavu telesa (pohybový účinok sily).

Sila $\vec{F}$ je vektorová fyzikálna veličina. Účinok sily závisí od jej veľkosti, smeru a polohy pôsobiska. **Jednotkou sily je $\vec{F}$ je**

$$[F] = [N] = \left[kg \cdot \frac{m}{s^2} \right]$$

Vektor sily má rovnaký smer ako okamžité zrýchlenie.

2.2 Newtonove zákony dynamiky

Sú to tri zákony, na ktorých stojí celá stavba klasickej mechaniky. Platia pre inerciálne vzťažné sústavy.

Izolované teleso (hmotný bod) je také teleso, na ktoré nepôsobia žiadne sily. Izolované teleso, ktoré je v danej vzťažnej sústave v pokoji v pokoji aj zotrúva.

Izolované teleso, ktoré je v pohybe má stále rovnakú rýchlosť, pohybuje sa rovnomerným priamočiarym pohybom.

Izolovaná sústava je taká sústava, kde medzi silami telies nepôsobia sily z vonka.

Prvý Newtonov zákon - zákon zotrvačnosti

Hovorí o zotrvačnosti pohybujúcich sa telies:

Každé teleso (hmotný bod - HB) zotrúva v pokoji alebo v rovnomernom priamočiari pohybe dovtedy, pokiaľ nie je nútené vonkajšími silami tento stav zmeniť.

Tento zákon je základným predpokladom pre potvrdenie, že daná sústava je inerciálna. Dôsledkom tohoto zákona je rovnomerný priamočiary pohyb, ktorý charakterizuje nulové zrýchlenie. V praxi sa rovnomerne priamočiary pohybujú sondy v medziplanetárnom priestore, pretože na ne nepôsobia sily dosť veľké na to, aby ich znateľne spomalili. Na Zemi dosiahneme rovnomerný priamočiary pohyb tak, aby výslednica síl pôsobiaca na teleso bola rovná nule. **Výslednica síl** je taká sila, ktorá má na teleso (hmotný bod) rovnaký účinok ako všetky sily naň pôsobiace.

Je vhodné poznamenať, že podľa Aristotelovho názoru na udržanie pohybu je potrebná sila (voz sa pohyboval, iba ak ho kôň ťahal). Takýto názor vznikol na základe laickej skúsenosti. Newton však dokázal abstrahovať pohyb do podmienok bez trenia, bez pôsobenia iných telies (síl) aj napriek tomu, že takéto podmienky sa na Zemi fakticky nedajú vytvoriť.

Druhý Newtonov zákon - zákon sily

Hovorí o zrýchlení, ktorým sa v inerciálnej sústave pohybuje teleso, ak naň pôsobí vonkajšia sila. V tomto vzťahu vystupujú dva ústredné pojmy dynamiky - **sila** a **hmotnosť**.

Zrýchlenie $\vec{a}$ telesa je priamoúmerné pôsobiacej sile $\vec{F}$ a nepriamo úmerné jeho hmotnosti m

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Smer zrýchlenia je zhodný so smerom výslednice síl pôsobiacich na teleso – hmotný bod. Ak začnú na teleso (HB) pôsobiť iné telesá (polia) silami, zmení sa pohybový stav telesa (HB). Teleso sa začne pohybovať so zrýchlením.

Dôsledkom tohoto zákona je, že na všetky telesá na Zemi pôsobí tiažová sila

$$\vec{G} = \vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$$

Táto sila pôsobí rovnako ako tiažové zrýchlenie - zvisle dole.

Silu možno merať napríklad z predĺženia pružiny, na ktorú sila pôsobí. V takomto prípade by sme silu definovali ako veličinu, ktorá je priamoúmerná predĺženiu pružiny. Za jednotkovú by sme potom mohli zvoliť silu, ktorá by konkrétnu pružinu predĺžila o definovanú dĺžku. Takáto definícia by však nedovoľovala merať ľubovoľne veľké sily, pre možnosť zničenia pružiny. Navyše starnutím materiálu pružiny by sa nekontrolovateľne menila veľkosť jednotky sily. Preto sa sila definuje na základe zrýchlenia, ktoré udelí telesu: podiel veľkostí dvoch síl F a F_1 rovná sa podielu zrýchlení a , a_1 , ktoré tieto sily udelia tomu istému (ale ľubovoľnému) telesu:

$$\frac{F}{F_1} = \frac{a}{a_1}$$

Hmotnosť je veličina, ktorá vyjadruje zotrvačné vlastnosti telies. Ak rovnakou silou urýchľujeme dve telesá (ich hmotnosti označíme m a m_2), zrýchlenie väčšieho ("ťažšieho") je menšie. Preto hmotnosť definujeme pomocou nepriamej úmernosti

$$\frac{m}{m_2} = \frac{a_2}{a}$$

Tretí Newtonov zákon – zákon akcie a reakcie

Ak na seba pôsobia dve telesá, tak rovnakými silami opačného smeru, pričom pôsobia v jednej priamke. Tieto sily vznikajú a zanikajú súčasne.

Ak silu pôsobiacu na jedno teleso nazývame **akcia**, silu opačného smeru, pôsobiacu na druhé teleso, nazývame **reakcia**.

Dôsledkom tretieho zákona je zdanlivý paradox, že sila, ktorou pôsobí Zem na kameň je rovnako veľká, ako jej reakcia, teda sila, ktorou kameň pôsobí na Zem. Tieto dve sily sú rovnako veľké, ale rozdiel je v ich účinkoch - zrýchlenie kameňa pri voľnom páde je neporovnateľne väčšie ako zrýchlenie, ktorému podlieha Zem v dôsledku pôsobenia kameňa. Pomer týchto zrýchlení je nepriamo úmerný hmotnostiam týchto telies.

Záverom je vhodné ešte raz zdôrazniť, že akcia a reakcia nepôsobia na to isté teleso. Nemôžu sa teda ich účinky vzájomne vykompenzovať. Častou chybou takéhoto druhu je vysvetľovanie pohybu družice po kružnici okolo Zeme kompenzáciou odstredivej gravitačnej sily a odstredivej sily, ako reakcie na ňu. Ak by sily pôsobiace na družicu boli vykompenzované, musela by sa podľa prvého Newtonovho zákona pohybovať po priamke konštantnou rýchlosťou.

Princíp superpozície síl dopĺňa tri Newtonove zákony. Hovorí, že ak na časticu s hmotnosťou m pôsobí súčasne viac síl - $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots$ a tieto sily pôsobia na časticu samostatne, jej udelia zrýchlenia $\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m}, \vec{a}_2 = \frac{\vec{F}_2}{m}, \dots$, potom pri súčasnem pôsobení síl častica sa bude pohybovať so zrýchlením

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots = \frac{(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots)}{m}$$

Kontrolné otázky

1. Čo je predmetom štúdia dynamiky?
2. Kedy hovoríme o tzv. newtonovskej mechanike resp. o dynamike klasickej nerelativistickej mechaniky?
3. Zdefinujte pojem izolovaná vzťažná sústava a napíšte matematické vyjadrenie tejto skutočnosti.
4. Definujte inerciálnu vzťažnú sústavu. Uvedte príklady takýchto sústav.
5. Je sústava pevne spojená so Zemou inerciálna? Za akých podmienok ju musíme považovať za neinerciálnu sústavu?
6. Ktorá veličina patrí medzi najvýznamnejšie dynamické charakteristiky telies?
7. Definujte pojem sila a napíšte jej rozmer pomocou základných jednotiek sústavy SI.
8. Vyslovte základné zákony mechaniky.
9. Ako sa pohybuje teleso o hmotnosti m ak naň súčasne pôsobia tri sily? Matematicky formulujte túto skutočnosť.
10. Napíšte a formulujte princíp superpozície.
11. Vyslovte zákon akcie a reakcie.