

Meno a priezvisko:

Škola:

Predmet:

Školský rok/blok:

Skupina:

Trieda:

Dátum:

Bilingválne gymnázium C. S. Lewisa, Beňadická 38, Bratislava

Fyzika

2008-2009 / D

Teória

Dynamika hmotného bodu

Trenie, šmykové trenie, pokojové trenie, valivý odpor;
Mechanický princíp relativity; Neinerciálne vzťažné sústavy; Zákon zachovania hybnosti

2.5 Trenie

Trenie je vznik odporu proti skutočnému alebo možnému relatívnemu pohybu dotýkajúcich sa telies. Sila, ktorá vzniká v dotykovej ploche, sa nazýva **trecia sila**. Má smer dotýčnice k dotykovej ploche a pôsobí proti pohybu.

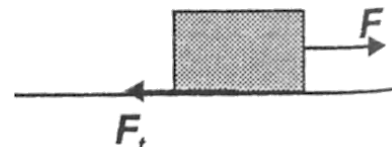
Podľa charakteru pohybu rozlišujeme tri základné druhy trenia: **šmykové trenie**, **pokojoyé trenie** a **valivý odpor**.

Šmykové trenie vzniká, keď sa jedno teleso šmýka po druhom. Jeho príčinou sú nerovnosti dotykových plôch, ktoré so seba zapadajú a pri pohybe sa deformujú alebo obrusujú. Uplatňujú sa tiež sily pôsobiace medzi časticami v dotykových plochách. Pre veľkosť sily šmykového trenia platí:

$$F_t = f \cdot F_n$$

kde F_n je kolmá sila, ktorá telesá k sebe pritláča, f je **súčiniteľ šmykového trenia**. Súčiniteľ šmykového trenia je číslo menšie ako jedna, ktoré charakterizuje akosť dotykových plôch.

Pokojoyé trenie vzniká, ak vonkajšia sila F nedokáže vyvolať šmykový pohyb jedného telesa po druhom.



Pre veľkosť sily pokojového trenia platí

$$F_t = F \leq f_0 \cdot F_n$$

kde F_n je kolmá sila, ktorá telesá k sebe pritláča, f_0 je **súčiniteľ pokojového trenia**. Pre tú istú dvojicu stýkajúcich sa plôch je $f_0 > f$.

Valivý odpor vzniká, keď sa jedno teleso valí po druhom. Jeho príčinou je deformácia oboch telies pri valivom pohybe. Pre veľkosť sily charakterizujúcej valivý odpor pri pohybe valca polomeru r po rovnej podložke platí

$$F_t = \xi \frac{F_n}{r} \quad (\text{poznámka: } \xi - \text{ksí})$$

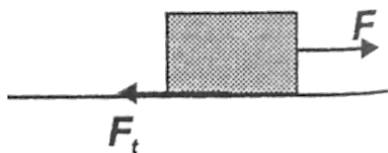
kde F_n je kolmá sila pritláčajúca valec k podložke, ξ je **rameno valivého odporu**. Je to veličina s jednotkou $[\xi] = [1m]$, ktorá charakterizuje materiál telies.

Trenie môže byť užitočné aj škodlivé. Vďaka existencii trenia napríklad môžeme chodiť, autá sa môžu rozbiehať a brzdiť, môžeme spájať predmety kľincami. Škodlivé je tým, že niekedy je nežiadúcim odporom proti pohybu a núti nás vydávať energiu na pohyb. Valivý odpor je podstatne menší ako šmykové trenie, preto niekedy šmykový pohyb nahradzame valivým pohybom – používame ložiská, kolesové vozidlá, atď.

Príklad.

Na vodorovnej podložke je kváder s hmotnosťou m . Súčiniteľ pokojového trenia je f_0 , súčiniteľ šmykového trenia je f . Na kváder začne pôsobiť sila $\vec{F}$, ktorej veľkosť sa s časom zväčšuje z nulovej hodnoty. Vo chvíli, keď sa kváder dá do pohybu, ostane $\vec{F}$ konštantná. Ako sa mení trecia sila? Opíšte pohyb telesa.

Riešenie:



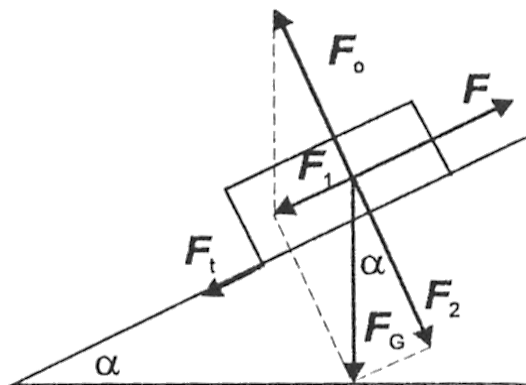
Na kváder pôsobí sila $\vec{F}$ a trecia sila $\vec{F}_t$. Pokiaľ je sila $\vec{F}$ malá, kváder bude v pokoji a $\vec{F}_t$ je sila pokojového trenia. Z podmienky rovnováhy vyplýva, že $F_t = F$. Ale sila pokojového trenia môže mať najväčšiu hodnotu $F_{t\max} = f_0 \cdot m \cdot g$. Preto pokiaľ je $F \leq f_0 \cdot m \cdot g$, je $F_t = F$. Keď sila F nadobudne hodnotu veľkosti $F_{t\max} = f_0 \cdot m \cdot g$, stačí malý impulz a kváder sa začne pohybovať. Vtedy F_t bude sila šmykového trenia, preto $F_t = f \cdot m \cdot g < f_0 \cdot m \cdot g$. Preto na kváder pôsobí výsledná sila $F - F_t = (f_0 - f) \cdot m \cdot g > 0$. To znamená, že kváder sa bude pohybovať rovnomerne zrýchleným pohybom so zrýchlením veľkosti $a = (f_0 - f) \cdot g$.

Príklad.

Na naklonenej rovine s uhlom sklonu α je kváder s hmotnosťou m . Pôsobením sily $\vec{F}$ (podľa obrázku) sa kváder pohybuje smerom nahor rovnomerným pohybom. Aká veľká je sila F , ak súčiniteľ šmykového trenia je f ?

Riešenie:

Na kváder pôsobí sila $\vec{F}$, tiažová sila $\vec{F}_G$, sila šmykového trenia $\vec{F}_t$ a naklonená rovina silou $\vec{F}_0$. Pre veľkosti síl (podľa obrázku) platí:



$$F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$F_2 = m \cdot g \cdot \cos \alpha = F_0$$

$$F_t = f \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

Kedže kváder koná rovnomerný pohyb, je súčet všetkých síl rovný nule:

$$\vec{F} + \vec{F}_G + \vec{F}_t + \vec{F}_0 = 0$$

Pre veľkosť sily F platí:

$$F = F_1 + F_t = m \cdot g \cdot \sin \alpha + f \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot (\sin \alpha + f \cdot \cos \alpha)$$

$$F = m \cdot g \cdot (\sin \alpha + f \cdot \cos \alpha)$$

Kváder sa pohybuje nahor rovnomerným pohybom účinkom sily veľkosti $F = m \cdot g \cdot (\sin \alpha + f \cdot \cos \alpha)$.

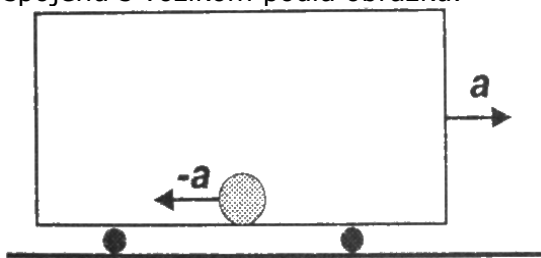
2.6 Mechanický princíp relativity

V klasickej mechanike je čas absolútny, vo všetkých inerciálnych sústavách plynie rovnako. V klasickej mechanike predpokladáme, že sila a hmotnosť nezávisí od voľby inerciálnej vzťažnej sústavy. Zákony mechaniky budú mať vo všetkých vzťažných sústavách rovnaký tvar. **Platí Galileiho princíp relativity: Zákony mechaniky sú rovnaké vo všetkých inerciálnych vzťažných sústavách.**

2.7 Neinerciálne vzťažné sústavy

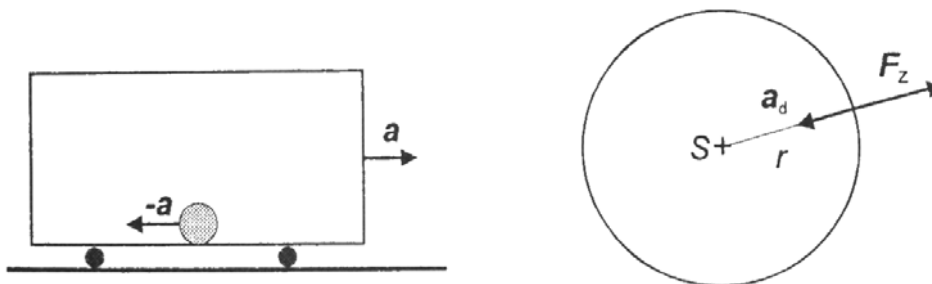
Vzťažná sústava, ktorá nie je inerciálna, sa nazýva neinerciálna. Neinerciálna je vzťažná sústava, ktorá sa vzhľadom na niektorú inerciálnu pohybuje so zrýchlením $\vec{a} \neq 0$.

Uvažujme vzťažnú sústavu spojenú s vozíkom podľa obrázku.



Ak je vozík vzhľadom na povrch Zeme v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe, bude guľôčka na jeho podlahe v pokoji. Ak vozík získa zrýchlenie $\vec{a}$, guľôčka sa začne pohybovať so zrýchlením $-\vec{a}$. Pozorovateľ na vozíku to vysvetlí tak, že na guľôčku pôsobí sila $\vec{F}_z = -m \cdot \vec{a}$. Táto sila nie je výsledkom interakcie s iným hmotným objektom, je prejavom neinerciálnosti sústavy spojenej s vozíkom. Nazýva sa **zotrvačná sila**.

Nech sa vozík pohybuje po kružnici s polomerom r a rýchlosťou $v = \text{konšt.}$ Potom vzťažná sústava spojená s vozíkom koná pohyb so zrýchlením veľkosti $a_d = \frac{v^2}{r}$, teda je neinerciálna.



Guľôčka na podlahe vozíka získa zrýchlenie smerujúce k stredu S kružnice. Pozorovateľ vo vozíku to vysvetlí tak, že na guľôčku pôsobí v tejto sústave zotrvačná sila veľkosti:

$$F_z = m \cdot a_d = m \frac{v^2}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot r, \text{ kde } \omega = \frac{v}{r}$$

smerujúca od stredu S . Nazýva sa zotrvačná odstredivá sila.

Príklad.

Vo vagóne je závažie s hmotnosťou $200g$ zavesené na niti s dĺžkou $1,0m$. O aký uhol sa niť vychýli zo zvislej polohy, ak sa vagón bude pohybovať so zrýchlením $3,0m \cdot s^{-2}$.

Riešenie:

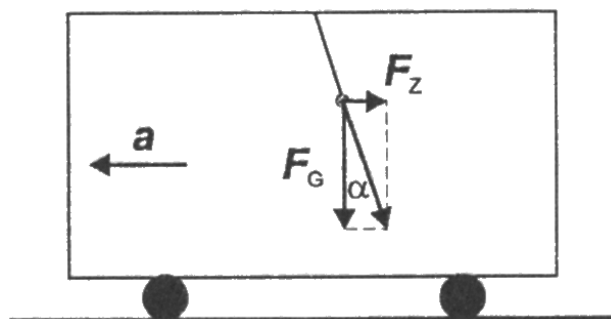
$$m = 200g; l = 1m; g = 10m \cdot s^{-2}; a = 3m \cdot s^{-2}$$

Vzťažná sústava spojená s vagónom je neinerciálna, preto na závažie pôsobí okrem tiažovej sily $\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$ aj zotrvačná sila $\vec{F}_z = -m \cdot \vec{a}$. Niť bude mať smer výslednice týchto síl. Potom

$$\tan \alpha = \frac{F_z}{F_G} = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} = \frac{a}{g}$$

Po dosadení $\tan \alpha = 0,3$, odtiaľ $\alpha \doteq 17^\circ$.

Niť sa odchýli od zvislého smeru o 17° .



2.8 Zákon zachovania hybnosti

Vo fyzike skúmame deje, ktorých sa zúčastňuje viac telies. Množina telies, ktoré skúmame ako celok, sa nazýva **sústava telies**. Na telesá tvoriace sústavu môžu pôsobiť sily dvoch druhov:

1. Vnútorne sily – sily medzi telesami patriacimi do sústavy
2. Vonkajšie sily – sily, ktorými pôsobia telesá nepatriace do sústavy na telesá sústavy.

Sústava telies sa nazýva izolovaná, ak žiadna jej časť nie je v interakcii so žiadnym objektom nepatriacim sústave. Teda na izolovanú sústavu nepôsobí vonkajšie sily. Ak telesá tvoriace sústavu môžeme nahradiť hmotnými bodmi, hovoríme o sústave hmotných bodov.

Uvažujme izolovanú sústavu n hmotných bodov. Označme $\vec{F}_{ik}$ vnútornú silu, ktorou pôsobí k -ty hmotný bod na i -ty hmotný bod. Potom pre každý hmotný bod platí:

$$\frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots + \vec{F}_{1n}$$

$$\frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \dots + \vec{F}_{2n}$$

·
·
·

$$\frac{\Delta \vec{p}_n}{\Delta t} = \vec{F}_{n1} + \vec{F}_{n2} + \dots + \vec{F}_{nn-1}$$

Ak všetkých n rovníc sčítame a uvedomíme si, že podľa zákona akcie a reakcie $\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}$,

dostaneme $\sum_{i=1}^n \frac{\Delta \vec{p}_i}{\Delta t} = 0$, teda $\frac{\Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n)}{\Delta t} = 0$, resp. $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \text{konšt.}$

Pretože hybnosť je aditívna veličina, súčet $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n$ hybností hmotných bodov tvoriacich sústavu je celková hybnosť sústavy. Potom môžeme sformulovať zákon zachovania hybnosti: Celková hybnosť izolovanej sústavy je v inerciálnej sústave konštantná.

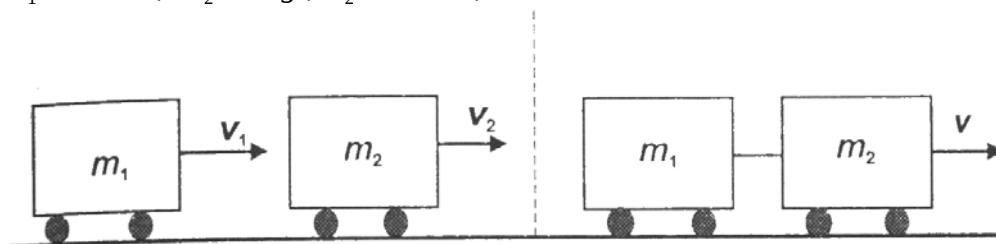
Zákona zachovania hybnosti platí iba v inerciálnych vzťažných sústavách. V neinerciálnych vzťažných sústavách pôsobia zotrvačné sily, ktoré majú charakter vonkajších síl, preto sústava nie je izolovaná.

Príklad.

Po koľajniciach sa pohybujú dva vozíky tým istým smerom. Prvý má hmotnosť $2,0\text{kg}$ a rýchlosť $5,0\text{m.s}^{-1}$, druhý má hmotnosť $4,0\text{kg}$ a rýchlosť $3,0\text{m.s}^{-1}$. Po náraze sa vozíky spoja. Akou rýchlosťou sa budú pohybovať?

Riešenie:

$$m_1 = 2\text{kg} ; v_1 = 5\text{m.s}^{-1} ; m_2 = 4\text{kg} ; v_2 = 3\text{m.s}^{-1} ; v = ?\text{m.s}^{-1}$$



Vozíky tvoria izolovanú sústavu, preto podľa zákona zachovania hybnosti platí:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}$$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v$$

$$\text{Potom: } v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \text{ a po dosadení } v = \frac{22\text{kg.m.s}^{-1}}{6\text{kg}} \doteq 3,7\text{m.s}^{-1}$$

Vozíky budú mať rýchlosť po spojení $3,7\text{m.s}^{-1}$.

Príklad.

Z pušky s hmotnosťou $5,0\text{kg}$ vyletí strela s hmotnosťou 20g rýchlosťou 800m.s^{-1} . Akú rýchlosť získa puška pri spätnom náraze ?

Riešenie:

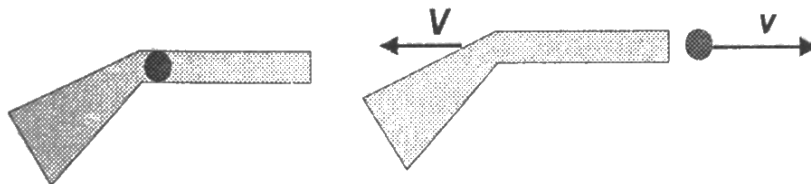
$$M = 5\text{kg} ; m = 20\text{g} = 0,02\text{kg} ; v = 800\text{m.s}^{-1} ; V = ???\text{m.s}^{-1}$$

Puška a strela tvoria izolovanú sústavu, preto podľa zákona zachovania hybnosti:

$$\vec{P} + \vec{p} = 0$$

$$M \cdot \vec{V} + m \cdot \vec{v} = 0$$

$$M \cdot V - m \cdot v = 0$$



$$\text{Potom } V = \frac{m \cdot v}{M} \text{ a po dosadení } V = \frac{0,02\text{kg} \cdot 800\text{m.s}^{-1}}{5\text{kg}} = 3,2\text{m.s}^{-1}$$

Puška získa rýchlosť $3,2\text{m.s}^{-1}$.